

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח התערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים – $2 \times 33\frac{1}{3}$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $1 \times 33\frac{1}{3}$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אלתעתיק את השאלה, סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

השאלות

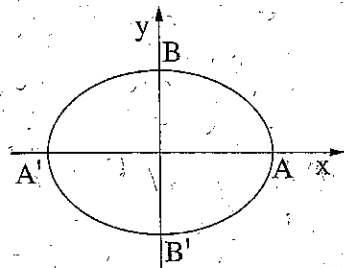
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ חותכת את ציר ה- x

בנקודות A ו- A' , ואת ציר ה- y היא

חותכת בנקודות B ו- B' , כמתואר בצור.

א. נתון כי הישר $y = -\frac{5}{4}x$ מאונך לישר $A'B$

והמרחק בין הנקודה B לאחד המוקדים של האליפסה הוא 5.

מצא את משוואת האליפסה.

ב. F_1 ו- F_2 הם המוקדים של האליפסה. E היא נקודה על האליפסה.

מצא את ההיקף של המשולש EF_1F_2 .

ג. מקרבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה- x .

נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות A ו- A' ,

ומוקדיה הם F'_1 ו- F'_2 .

E' היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש- $E'E$ מקביל לציר ה- y .

הגובה לצלע $F'_1F'_2$ במשולש $E'F'_1F'_2$ גדול פי k ($k > 1$) מהגובה

לצלע F_1F_2 במשולש EF_1F_2 .

(1) הבע באמצעות k את משוואת האליפסה החדשה.

(2) עבור איזה ערך של k המוקדים F'_1 ו- F'_2 יתלכדו לנקודה אחת

בראשית הצירים? נמק.

/המשך בעמוד 3/

+ נספח

2. נתונה פירמידה ABCDT שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

משוואת מישור הבסיס ABCD היא: $2x + 2y - z - 4 = 0$

הצגה פרמטרית של הישר TB היא: $\underline{x} = (1, 2, -7) + t(3, 2, 1)$

א. מצא את השיעורים של הקדקוד B.

ב. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M.

אחת מהנקודות M ו-D נמצאת על ציר ה-x, ואחת מהן נמצאת על ציר ה-z.

קבע איזו מהנקודות נמצאת על ציר ה-x. נמק.

ג. דרך נקודה על הישר TB העבירו אנך למישור המקבילית ABCD. האנך הונח

את המישור בנקודה E.

(1) מצא הצגה פרמטרית של הישר BE (ההיטל של הישר TB על מישור המקבילית).

(2) מצא את המצב ההדדי בין הישר BE לאלכסון BD.

המשך בעמוד 4

3. א. הוּא מספר מרוכב הנמצא ברביע הרביעי, והערך המוחלט שלו הוא 1.

$$\text{נתון: } \left| 1 + \frac{1}{z} \right| = \sqrt{3}$$

O היא ראשית הצירים.

מצא במשולש $Oz\bar{z}$:

(1) את זוויות המשולש.

(2) את אורכי הצלעות של המשולש.

ב. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

M היא נקודה על המקצוע SC

כך ש- $\angle DMB$ היא הזווית

שבין שתי פאות סמוכות (ראה ציור).

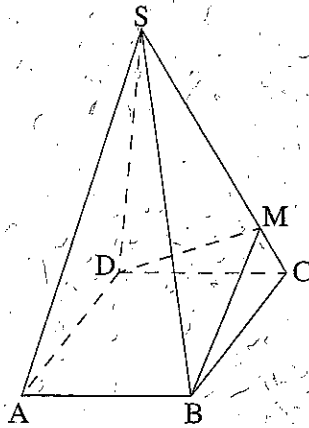
$$\text{נתון: } \angle DMB = 2\alpha$$

זווית הבסיס בפאה צדדית הוא β .

(1) מצא את הערך של המכפלה $\sin \alpha \cdot \sin \beta$.

(2) האם ייתכן ש- $\alpha = 45^\circ$? נמק.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



המשך בעמוד 5

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון כי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, המוגדרות לכל x , מקיימות:

$$g'(x) = e^{f(x)} \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה, חותך את ציר ה- y

$$\text{בנקודה שבה } y = -\frac{1}{4}.$$

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה (אם יש כאלה) של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(3) נתון גם: $g'''(x) < 0$ עבור $x < 1.5$

$g'''(x) > 0$ עבור $x > 1.5$

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. לישר $y = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}} + 1$ ולפונקציה $g(x)$ יש נקודה משותפת אחת בלבד.

מצא את הפונקציה $g(x)$. נמק.

5. משקל העץ בשני יערות, יער I ויער II, גדל עם הזמן לפי פונקציות מעריכיות $f(x) = N_0 \cdot a^x$ ו- $g(x) = M_0 \cdot b^x$ בהתאמה. העצים בשני היערות ניטעו באותו תאריך.
- ביום הנטיעה היו ביער I 10,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 15,000 טון עץ. ביום הנטיעה היו ביער II 40,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 45,000 טון עץ.
- א. מצא את הפונקציה $f(x)$ ואת הפונקציה $g(x)$.
- ב. מצא כעבור כמה זמן מיום הנטיעה יהיה משקל העץ ביער I גדול ממשקל העץ ביער II.
- ג. סרטט בקו מלא (—) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, ובקו מרוסק (---) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, החל מיום הנטיעה. ציין מספרים על הצירים.
- ד. כעבור כמה זמן מיום הנטיעה ההפרש בין משקל העץ ביער II למשקל העץ ביער I יהיה הגדול ביותר?
בתשובתיך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך