

## מתמטיקה

### על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית שאלון שני מ- 5 יחידות לימוד

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.  
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

המשך מעבר לדף

## השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

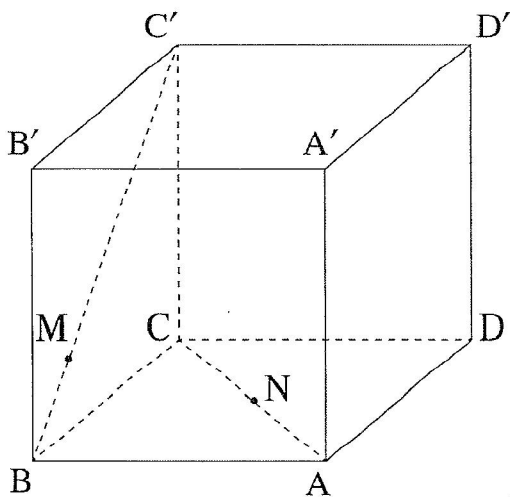
**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הנקודה  $A(20, 0)$ .  
 $B$  היא נקודה שנמצאת על ציר ה- $y$  ואינה ראשית הצירים.  
 דרך הנקודה  $B$  מעבירים ישר,  $\ell_1$ , המקביל לציר ה- $x$ .  
 דרך ראשית הצירים,  $O$ , מעבירים ישר,  $\ell_2$ , שמאונך לישר  $AB$ .  
 הישרים  $\ell_1$  ו- $\ell_2$  נחתכים בנקודה  $C$ .  
 א. הוכח שהמקום הגאומטרי של הנקודות  $C$  הנבנות כמתואר נמצא על פרבולה, ומצא את משוואתה.  
 ב.  $D$  היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.  
 הנקודה  $F$  היא מוקד הפרבולה.  
 נתון הישר  $x = k$ ,  $k < 0$ . הוא פרמטר.  
 דרך הנקודה  $D$  העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$  וחותר את הישר  $x = k$  בנקודה  $N$ .  
 קיים ערך של  $k$  שעבורו כל משולש  $NDF$  שנבנה כמתואר הוא שווה שוקיים.  
 (1) מצא את הערך של  $k$ . נמק.  
 (2) נתון: הנקודה  $D$  נמצאת ברביע הראשון.  
 מצא את שיעורי הנקודה  $D$  שעבורה המשולש  $NDF$  הוא שווה צלעות.



2. נתונה קובייה  $ABCD A' B' C' D'$ .

נסמן:  $\vec{CC'} = \underline{w}$ ,  $\vec{CD} = \underline{v}$ ,  $\vec{CB} = \underline{u}$ .

נתון:  $\vec{BM} = t \vec{BC'}$ ,  $\vec{AN} = s \vec{AC}$ .

א. מצא את היחס  $\frac{s}{t}$  שעבורו  $MN$  מקביל

למישור  $AA' B' B$  ( $t \neq 0$ ).

נתון:  $t = \frac{1}{4}$ ,  $s = \frac{1}{2}$ .

ב. חשב את הזווית שבין  $MN$  ובין המישור  $ABCD$ .

ג. מהו המצב ההדדי של הישרים  $AB$  ו- $MN$ ? נמק.

3. במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום משולש שווה צלעות  $ABC$ .

הקדקוד  $A$  מתאים למספר המרוכב  $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$  ( $a > 0$  הוא פרמטר ממשי).

נתון: הקדקוד  $B$  נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות  $a$  את המספרים המרוכבים  $z_2$  ו- $z_3$  המתאימים לקדקודים  $B$  ו- $C$

בהתאמה.

נתון:  $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$ .

ב. מצא את  $a$ .

ג. המספר  $z_1^{6n+5}$  מתאים לנקודה  $P$  במישור גאוס.  $n$  הוא מספר שלם.

הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים. הראה שהנקודה  $B$  נמצאת על הקרן  $OP$ .

**פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות** (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה  $g(x) = 2x^2 + c$ .  $c$  הוא פרמטר. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת כך:  $f(x) = e^{g(x)}$ . הגרפים של פונקציות הנגזרת,  $f'(x)$  ו-  $g'(x)$ , נחתכים בנקודה ששיעור ה- $x$  שלה הוא 2.
- א. מצא את  $c$ .
- ב. (1) הוכח ש-  $f'(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.  
 (2) מצא את שיעורי כל הנקודות שבהן הגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו-  $g'(x)$  חותכים זה את זה.  
 (3) עבור אילו ערכי  $x$   $f'(x) > g'(x)$  ?  
 (4) סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו-  $g'(x)$  באותה מערכת צירים.
- ג. נתון:  $M(2, 8)$ ,  $N(-2, -8)$ .  $MN$  הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים. הראה שגרף הפונקציה  $f'(x)$  מחלק את המלבן לשני חלקים שווים בשטחם.

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ .  $m$  הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון שלפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון.

ב. (1) מצא את תחום הערכים של  $m$ .

(2) הבע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  באמצעות  $m$ , וקבע את סוגה.

ג. הנקודה  $P$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ושיעוריה אינם תלויים ב- $m$ .

(1) מצא את שיעורי הנקודה  $P$ .

(2) מצא את הערך של  $m$  שעבורו הנקודה  $P$  היא נקודת מינימום של הפונקציה  $f(x)$ .

הצב את  $m$  שמצאת בתת-סעיף ג(2) וענה על הסעיפים ד-ה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$ . חשב את  $\int_1^e g(x) dx$ .

## בהצלחה!