

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש וחצי שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - אלגברה והסתברות

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי של פולינומים, פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך -  $4 \times 25 = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1). מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרויות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2). דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1). אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2). התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזר

המחשבון.

הסבר כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ונבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

1. רוכב אופניים יצא בשעה 6:00 בבוקר לתל-אביב ממושב המרוחק ממנו 35 ק"מ.

בשעה 6:30 בבוקר יצא רוכב שני מאותו מושב לתל-אביב .

הרוכב השני נע במהירות הגדולה מזו של הראשון ב- 2 קמ"ש ופגש את הרוכב הראשון לפני שהגיע לתל-אביב. הרוכב הראשון הגיע לתל-אביב חצי שעה לאחר הפגישה עם הרוכב השני.

א. מצא את מהירותו של כל אחד מהרוכבים.

ב לאחר שהותם בתל אביב, יצאו שני הרוכבים בו-זמנית חזרה לכיוון המושב

לאחר  $m$  שעות, כאשר המרחק ביניהם היה  $a$  ק"מ, הגביר הרוכב הראשון את מהירותו ב- 4 קמ"ש והרוכבים נפגשו.

לאחר זמן מה מרגע פגישתם סכום הדרך אותה עברו (שניהם ביחד) היה  $a^2$  ק"מ .

מצא עבור אילו ערכי  $m$  יהיה זמן זה ("זמן מה") קטן מ- 10 דקות.

2. נתונה סדרה חשבונית שבה 40 איברים שסכומה הוא 1680.

א. מחקו מהסדרה את האיברים הבאים:  $a_3, a_8, a_{13}, a_{18}, \dots$ .

מצא את סכום האיברים שנותרו.

ב. בסדרה שנותרה מחקו גם את האיברים הבאים:  $a_1, a_6, a_{11}, \dots$ .

סכום האיברים שנותרו לאחר המחיקה השניה הוא 1040.

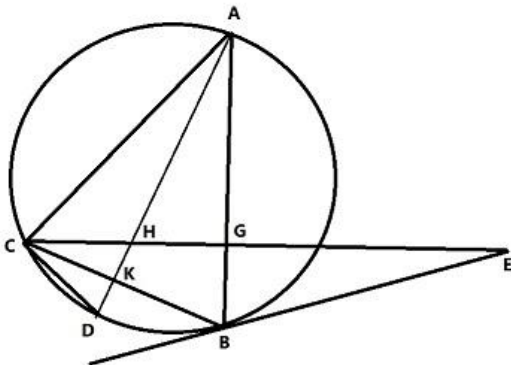
מצא את האיבר הראשון בסדרה המקורית ואת הפרשה.

ע.ל.א

- 3.** במפעל לייצור מזון לחתולים מכינים קופסאות בשלושה טעמים: בשר, דגים וכבד. עקב תקלה בפס הייצור שתי חמישיות מהקופסאות התקלקלו. ידוע ששליש מהקופסאות בטעם בשר, חצי מהקופסאות בטעם דגים ורבע מהקופסאות בטעם כבד התקלקלו. בבדיקה שנעשתה נמצא כי רבע מהקופסאות המקולקלות הן בטעם בשר.
- מצא את פרופורצית הקופסאות בטעם בשר.
  - מצא את פרופורצית הקופסאות בטעם דגים.
  - מוציאים שתי קופסאות בטעם כבד מהמפעל (הוצאה עם החזרה). מהי ההסתברות שלפחות אחת מהקופסאות אינה מקולקלת?

ע.ל.א

4. משולש שווה שוקיים  $ABC$  ( $AC=AB$ ) חסום במעגל.  $AD$  הוא קוטר במעגל.  $BE$  משיק למעגל בנקודה  $B$ . המיתר  $AB$  חותך את הקטע  $CE$  בנקודה  $G$ .  $AD$  חותך את  $CE$  בנקודה  $H$  ואת  $BC$  בנקודה  $K$ . נתון:  $\angle E = \angle BCE$ .



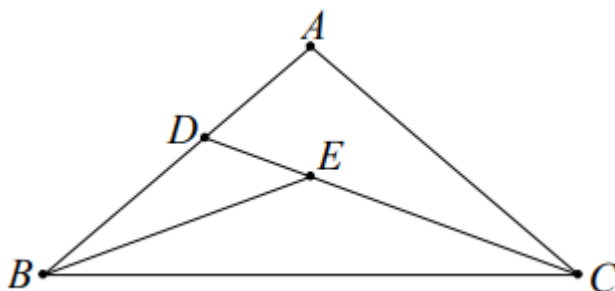
- א. הוכח:  $\triangle ACD \sim \triangle EGB$ .
- ב. הוכח:  $\triangle ABC \sim \triangle CDH$ .
- ג. הוכח כי המרובע  $CHBD$  הוא מעויין.
- ד. נתון:  $BE = a$ ,  $\frac{AK}{BE} = m$ . הבע באמצעות  $a$  ו- $m$  את שטח המעויין  $CHBD$ .

על"א



[הקישור לפתרון ביוטיוב](#)

5. במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AC = AB$ ) זווית הבסיס היא  $2\alpha$ .



הנקודה  $E$  היא מפגש חוצי-הזווית במשולש  $ABC$ . המשך  $CE$  חותך את הצלע  $AB$  בנקודה  $D$ . (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC > 90^\circ$ ,  $\frac{EC}{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin \alpha}$ .

- א. מצא את  $a$ .
- ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $ABC$  ובין רדיוס המעגל החוסם במשולש  $ABC$ .
- ג. נתון כי ההפרש בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $ABC$  ובין רדיוס המעגל החוסם במשולש  $ABC$  הוא  $2$  ס"מ. מצא את אורך הקטע  $AE$ .

bh16

6. א. נתונה הפונקציה  $h(x) = ax^3 - 1$ .

היעזר בפונקציה  $y = x^3$  וסרטט סקיצה לגרף הפונקציה עבור:  $a > 0$  ועבור  $a < 0$ .

נתונה הפונקציה  $a > 0, f(x) = \frac{x}{ax^3 - 1}$ .

ענה על סעיף ב. אם יש צורך הבע בעזרת  $a$ .

ב.

(1) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתון  $a = 1$ . מהו נפח גוף הסיבוב הנוצר מסיבוב סביב ציר ה- $x$  של השטח

המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , ציר ה- $x$  ועל ידי האנך לציר ה- $x$  בנקודת הקיצון של הפונקציה?

$$7. \text{ נתונה הפונקציה: } g(x) = \sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$$

א. בתחום הסגור  $0 \leq x < 3$  מצא עבור  $g(x)$  את:

(1) תחום הגדרתה. (היעזר במעגל היחידה)

(2) שיעורי נקודות חיתוכה עם הצירים.

(3) שיעורי נקודות הקיצון שלה, ואת סוג הקיצון.

ב. הוכח כי:  $g(x) = g(x + 4)$ .

ג. שרטט את גרף הפונקציה  $g(x)$  בתחום  $0 \leq x \leq 6$

ד. נתונה הפונ' :  $h(x) = 4 + \frac{g'(x)}{2}$ , והנגזרת:  $g'(x)$ , בתחום  $0 \leq x < 3$ .

עבור  $h$ : כאשר  $y = 1.994$ .

(1) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של  $g'(x)$ .

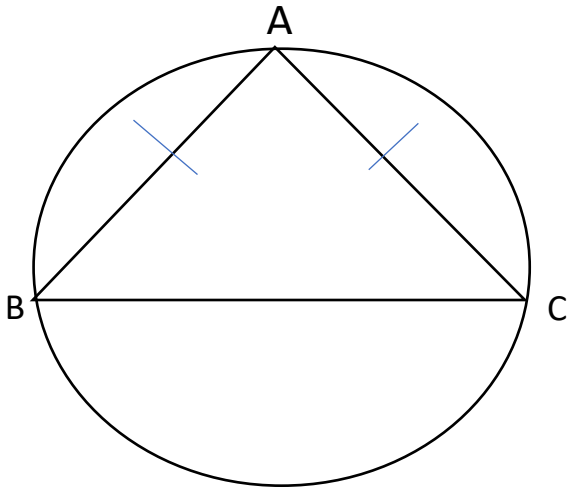
(2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של  $h(x)$

(3) כמה פתרונות יש למשוואה  $g' = h$ .

4. שרטט את  $g'(x)$  ואת גרף הפונקציה  $h(x)$  באותה מערכת צירים.

$$\text{ה. חשב: } \int_{0.5}^{1.5} h(x) dx + \int_{0.5}^{1.5} g'(x) dx$$

כתב: נועם כחלון



8. המשולש שווה השוקיים  $\Delta ABC$   
( $AB = AC$ ) וישר הזווית חסום במעגל.  
העבירו קטע מנקודה  $A$  החותך את  $BC$   
בנקודה  $D$ .

א. מצא את גודלה של זווית  $ADC$   
כאשר היחס בין  $AD$  לבסיס המשולש  
 $\Delta ABC$  הוא מקסימלי.

ב. כאשר היחס בין  $AD$  לבסיס המשולש  
 $\Delta ABC$  הוא מקסימלי, מצא את היחס בין היקף  
משולש  $\Delta ABD$  לבין היקף המעגל החוסם את  $\Delta ABC$ .

כתב: נועם כחלון

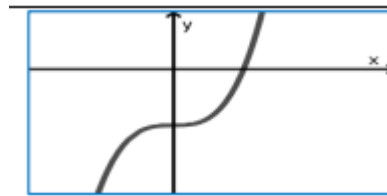
תשובות: (1) א. רוכב ראשון: 10 קמ"ש. רוכב שני: 12 קמ"ש. ב.  $0 < m < \sqrt{\frac{13}{12}}$

(2) א. 1344. ב.  $a_1 = 3, d = 2$

(3) א.  $p=0.3$ . ב.  $P=0.5$ . ג.  $P=0.9375$

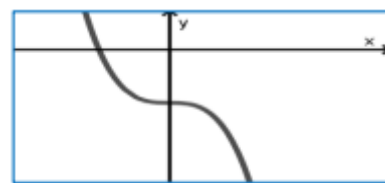
(5) א.  $\alpha = 20^\circ$ . ב. 2.79. ג.  $AE = 1.46$

(6) תשובות:



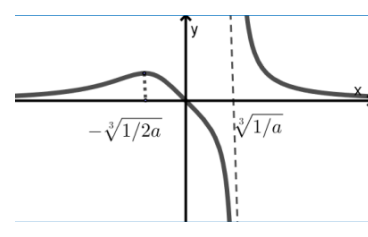
א. עבור  $a > 0$ :

ב(1)  $(0,0)$  ב(2)  $x = \frac{1}{\sqrt[3]{a}}, y = 0$



עבור  $a < 0$ :

ב(3) עליה:  $x < \frac{-1}{\sqrt[3]{2a}}$  ירידה:  $x > \frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ ,  $\frac{-1}{\sqrt[3]{2a}} < x < \frac{1}{\sqrt[3]{a}}$

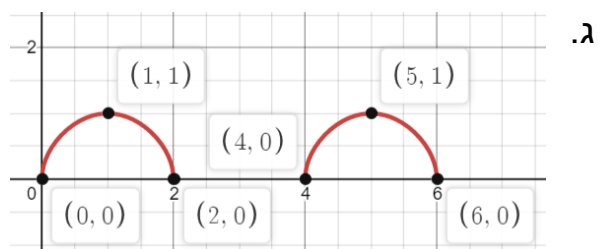


ב(4)  $\frac{\pi}{9}$  (ג)



7 א. (1)  $0 \leq x \leq 2$  (2)  $(0,0)$ ,  $(2,0)$  (3)  $(1,1)$  פנימי מוחלט. וגם  $(0,0)$  וגם  $(2,0)$  הם  $min$  קצה מוחלטים.

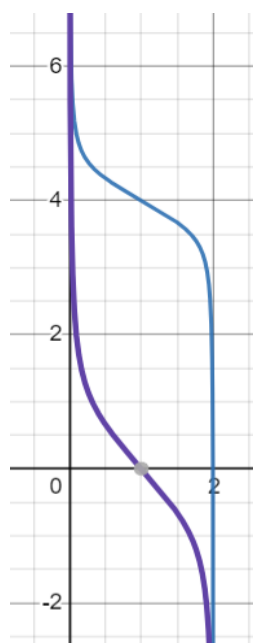
ב. הוכחה (על פי מחזור הפונקציה).



ד. (1)  $x = 0, x = 2$  (2)  $x = 0, 2$

$g'(x)$  סגולה

$h(x)$  כחולה



8 : א.  $\frac{\pi}{2}$  ב.  $\frac{1+\sqrt{2}}{\pi}$