



מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש וחצי שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - אלגברה והסתברות

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי של פולינומים, פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך - $4 \times 25 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1). מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרויות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2). דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1). אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2). התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזר

המחשבון.

הסבר כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ונבחנים כאחד.

בהצלחה!



פרק ראשון- אלגברה והסתברות

1. סירת מנוע שטה מדי יום בשעה 6:00 ממוקום A למוקום B וחוזרת מיד למוקום A. כיוון הזרם הוא מ-B ל-A. באחד הימים הסירה הגיעה חזרה לנקודה A בשעה 18:30. מהירות הסירה במים עומדים גדולה פי 5 ממהירות הזרם.

א. באיזו שעה הגיעה הסירה למוקום B ?

ב. ביום מסויים מהירות הזרם גדלה ב-3 קמ"ש. לו היתה הסירה שטה ביום זה, היה זמן השיט מנקודה A לנקודה B וחזרה לנקודה A גדל בשעה אחת. מצא את מהירות הסירה במים עומדים ואת מהירות הזרם ביום רגיל.

באחד הימים הרגילים, יצאה סירה ב מנקודה B בשעה 12:00 ושטה לעבר הנקודה A במסלול מקביל למסלול השיט של סירה א. סירה א חולפת על פני סירה ב בשעה 16:30. ג. האם הייתה זו הפעם הראשונה בה סירה א חלפה על פני סירה ב ? נמק.

ד. מצא את המהירות העצמית של המסוק.

נ"מ ע.ל.א



מאגר השאלות במתמטיקה מתכונת מספר 9

2. נתונה סדרה שכל איבריה שונים מ-0, המוגדרת על ידי כלל הנסיגה: $a_{n+1} = \frac{2n+5}{2n+3} \cdot a_n$

א. הוכח: $2a_{n+1} = a_{n+2} + a_n$, והסבר מה משמעות שוויון זה בהתייחס לסדרה הנתונה.

ב. עבור כל אחת מהטענות הבאות קבע אם היא תקפה או שגויה. נמק קביעתך בפירוט.

(1) הסדרה בהכרח עולה.

(2) אם a מתחלק ב-5 (עם שארית 0) אז כל האיברים בסדרה שלמים.

(3) ייתכנו 3 איברים עוקבים בסדרה המהווים סדרה הנדסית.

נתון בנוסף כי a_1 מתחלק ב-5 (עם שארית 0), וכי a_{29} הוא האיבר הראשון בסדרה

הגדול מ 60.

ג. חשב את a_1 .

ד. המשיכו את איברי הסדרה עד לאינסוף. היעזר בזכות: $\frac{1}{a(a+2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+2} \right)$

וחשב את סכום הביטוי האינסופי: $\frac{1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{1}{a_2 \cdot a_3} + \dots + \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}} \dots$

נ"מ ע.ל.א



3. במיונים לקורס טיס משתתפים תלמידים רבים. כל משתתף צריך להצליח לעבור 3 מכשולים בזה אחר זה לפי הסדר. משתתף שלא מצליח לעבור מכשול מודח מייד מן המיונים. ההסתברות לעבור מכשול שונה ממכשול למכשול, אך שווה לכל המשתתפים. משתתף שמצליח לעבור את שלושת המכשולים עולה לשלב הבא. 28% מן המשתתפים בתחרות הצליחו לעבור את שני המכשולים הראשונים. ההסתברות שמשתתף שמצליח לעבור

את שני המכשולים הראשונים יודח מן המיונים גדולה פי 3 מן ההסתברות שהוא יעלה לשלב הבא.

א. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות יעלה לשלב הבא.

ההסתברות שמשתתף יצליח לעבור את המכשול הראשון ולא

יעבור את המכשול השני הוא 0.42.

ב. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות לא יצליח לעבור את

המכשול הראשון.

ג. בחרו באקראי שלושה משתתפים: עומר, גל וליאור.

ידוע ששלושתם הצליחו לעבור את המכשול הראשון.

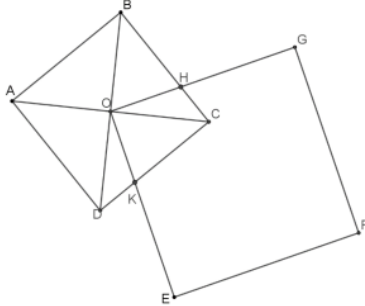
(1) חשב את ההסתברות שבדיוק שניים מהם יעלו לשלב הבא.

(2) חשב את ההסתברות שמבין השלושה, רק עומר וגל יעלו לשלב הבא.

ע.ל.א

פרק שני- גיאומטריה וטריגונומטריה

4. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה O. הנקודה H היא קודקוד הריבוע OEFG



ששתיים מצלעותיו חותכות את צלעות הריבוע ABCD בנקודות H ו-K כמתואר בסרטוט.

א. הוכח כי $\triangle OKD \cong \triangle OHC$.

ב. מהו היחס בין שטח הריבוע ABCD לשטח

המרובע HCKO?

ג. הוכח כי את המרובע OHCK ניתן לחסום במעגל.

ד. שטח הריבוע ABCD הוא 64, $CH = 2$. מצא את רדיוס המעגל החוסם את המרובע

OHCK.

ממ"א ע.ל.א.

5. א. הוכח: כאשר S שטח משולש, P היקפו ו- r רדיוס המעגל החסום בו אז מתקיים: $r = \frac{2S}{P}$

ב. במשולש שווה שוקיים ABC ($AC = AB$)

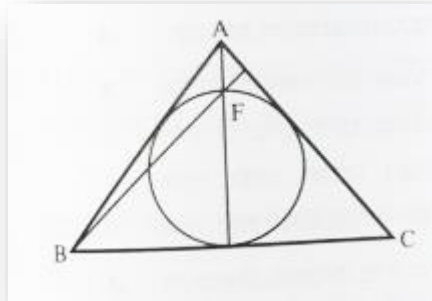
חסום מעגל. F היא נקודת החיתוך של הגבהים במשולש ונמצאת על המעגל. אורך

שוק המשולש הוא a וזווית הבסיס שלו היא

α . הבע באמצעות a ו- α את רדיוס המעגל

החסום במשולש.

ג. נתון: $r = \frac{a \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha}$. חשב את זוויות המשולש ABC .



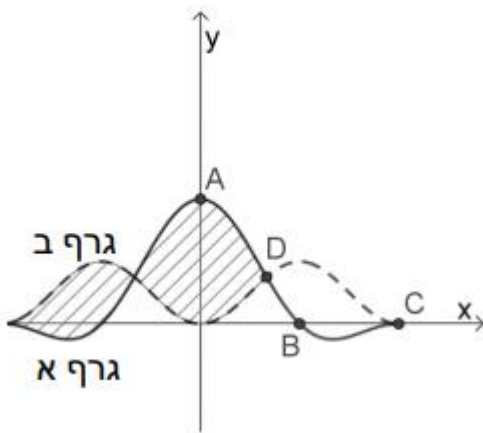
נ"מ ע.ל.א

פרק שלישי

6. נתונות הפונקציות: $f(x) = \sin^2 x - \sin x$, $g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

א. קבע עבור כל אחת מהפונקציות: האם היא זוגית? אי-זוגית? אחרת? נמק קביעותיך.

ב. בסרטוט שלפניך שני גרפים. אחד מתאים לפונקציה $g(x)$ והשני מתאים לאחת מהפונקציות:



$$k(x) = a \cos^2 x, h(x) = a \sin^2 x$$

(1) קבע איזה גרף מתאים לפונקציה $g(x)$ ולאילו פונקציה $h(x)$ או $k(x)$ מתאים הגרף השני. נמק קביעותיך.

(2) ידוע כי שיעורי הנקודה D, נקודת החיתוך בין שני הגרפים, הקרובה ביותר לציר ה- y מימינו, הם:

$$\left(\frac{\pi}{3}, \frac{3}{4}\right)$$

מצא את הערך של הפרמטר a.

(3) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C שבסרטוט (נקודות חיתוך עם הצירים של

גרף א בתחום $0 \leq x \leq \pi$).

ג. חשב את גודל השטח המסומן בסרטוט. פרט שיקולך.

ממ"א ע.ל.א.



$$7. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = -3x \cdot \sqrt{\frac{-2x^3 - 3x^2 + 16x + 24}{2x + 3}}$$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא נקודת אי-רציפות סליקה של הפונקציה " חור " .

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- X בתחום $x \geq 0$ מסתובב

סביב ציר ה- X . חשב את נפח גוף הסיבוב הנוצר.

ז. נתונה הפונקציה $g(x)$ כך שמתקיים: $g'(x) = f(x)$. מצא את שיעורי ה- X

של נקודות הקיצון ואת נקודות הפיתול של הפונקציה $g(x)$.

מגדירים הפונקציה: $h(x) = f'(x) \cdot g'(x)$ בתחום $x \geq 0$, חשב את השטח המוגבל בין גרף

הפונקציה $h(x)$ ובין הישרים $x = \sqrt{8}$, $x = 0$, וציר x .

ני"מ ע.ל.א



מאגר השאלות במתמטיקה מתכונת מספר 9

8. ישר העובר דרך ראשית הצירים 0 חותך ברביע הראשון את הפרבולה $y = -x^2 + 2$.

בנקודה B ואת הישר $y = -2x + 4$ בנקודה A.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B עבורן יחס אורכי הקטעים $\frac{AB}{OB}$ הוא מינימלי.

ב. מצא משוואת הישר ואת היחס המינימלי.

נ"מ ע.ל.א.



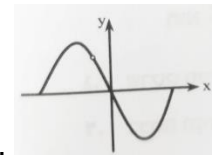
מאגר השאלות במתמטיקה מתכונת מספר 9

תשובות :

- 1 א. 13:30 ב. מהירות הסירה 22.5 קמ"ש ומהירות הזרם 4.5 קמ"ש ג. לא.
ד. 13.5 קמ"ש
- 2 א. הסדרה חשבונית. ב. (1) לא נכונה (2) נכונה (3) לא נכונה. ג. $a_1 = 5$ ד. $\frac{1}{10}$.
- 3 א. 0.07 ב. 0.3 ג. 1- ד. 0.027 ה. 2- 0.009
- 4 א. 4:1 ב. $R = \sqrt{10}$ ג. 4
- 5 א. 83.62, 48.19, 48.19 ג.

- 6 א. $f(x)$ אינה זוגית ואינה אי זוגית. $g(x)$ זוגית. ב. (1) גרף א מתאים ל- $g(x)$ וגרף ב) מקוקו) מתאים ל- $h(x)$. ב. (2) $a = 1$ ג. $B\left(\frac{\pi}{2}, 0\right), C(\pi, 0), A(0, 2)$ ד. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

- 7 א. $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$ ב. $(-1.5, 10.79)$ ג. $x \neq -1.5$ ד. $(-\sqrt{8}, 0), (0, 0), (\sqrt{8}, 0)$ ה. $(-\sqrt{8}, 0) \max, (2, -12) \min$



- 8 א. $x = \sqrt{8} \max, x = 0 \max, x = -\sqrt{8} \min$ ב. 217.22π ג. נקודת פיתול: $x = \pm 2$ ד. 144

- 9 א. $A\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right), B(1, 1)$ ב. $y = x$ ג. $\frac{1}{3}$



מאגר השאלות במתמטיקה
מתכונת מספר 9