

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגוריתמיות.

$$\text{פרק ראשון-ענה על שתי שאלות: } 33\frac{1}{3} \times 2 = 66\frac{2}{3}$$

$$\text{פרק שני-ענה על שאלה אחת: } 33\frac{1}{3} \times 1 = 33\frac{1}{3}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1). מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרויות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2). דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1). אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2). התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזר

המחשבון.

הסבר כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ונבחנים כאחד.

בהצלחה!

פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים.

ענה על שתיים מהשאלות 1-3

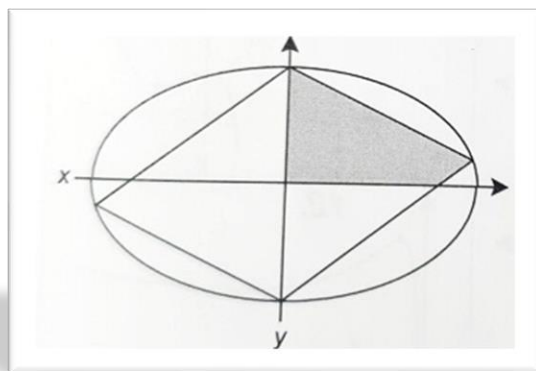
1.

בתוך האליפסה $9x^2 + 25y^2 = 900$
חסומה מקבילית,

כך ששני קדקודים נגדיים שלה נמצאים על
ציר y ושתי צלעות נגדיות עוברות דרך
מוקדי האליפסה.

מצא את השטח המוגבל ע"י ציר x , ציר y
והמקבילית (השטח המסומן בצירור).

נ"מ ע.ל.א



2. נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה ABC הוא משולש שווה צלעות.

$$\text{נסמן: } \vec{SA} = \underline{u}, \vec{SB} = \underline{v}, \vec{SC} = \underline{w}$$

$$N \text{ היא נקודה בתוך הפירמידה כך ש- } \vec{SN} = \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + \frac{1}{4}\underline{w}$$

$$M \text{ היא נקודה במישור } ABC \text{ כך ש- } SM \perp ABC$$

א. הוכח כי הנקודות S, M ו-N נמצאות על ישר אחד.

ב.

$$(1) \text{ הוכח כי: } \underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{u} \cdot \underline{w} = \underline{v} \cdot \underline{w}$$

$$(2) \text{ הוכח: } \vec{SC} \perp \vec{AB}, \vec{SA} \perp \vec{BC}$$

ג. נתון גם: $\underline{u} = (-4\sqrt{3}, 4, -8)$, $\underline{v} = (0, -8, -8)$, $\underline{w} = (4\sqrt{3}, 4, -8)$, $c(4\sqrt{3}, 4, 0)$.

מצא את הנקודות: S, A, B, M וחשב את נפח הפירמידה SABC.

ד. מצא את משוואת המישור ABS.

ממ"א ע.ל.א

3. א. איברה הראשון של סדרה הנדסית הוא $1 + i$ ואיברה הרביעי הוא $8 - 8i$. מצא את מנת הסדרה (מצא את כל התשובות האפשריות).

ב. הנקודה המתאימה לאחד מערכי q שמצאת בסעיף א נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס. נקודה זו היא קדקוד הראש של משולש שווה שוקיים החסום במעגל שמרכזו $(0,0)$. זווית הראש של משולש זה היא בת 120° . מצא את המספרים המרוכבים המתאימים לקדקודי הבסיס של משולש זה. רשום את הפתרונות בהצגה אלגברית $a+bi$.

ע.ל.א

פרק שני

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ae^{2x} - 3e^x - 9}{e^{2x} + be^x + 1}$, $a > 0, b$ הם פרמטרים.

נתון שהמרחק בין שתי האסימפטוטות האופקיות של הפונקציה $f(x)$ הוא 11 יח'.
א. מצא את a .

נתון שהמרחק בין נקודת החיתוך של האסימפטוטה האופקית החיובית של הפונקציה $f(x)$ עם האסימפטוטה האנכית היחידה שלה לבין נקודת החיתוך של האסימפטוטה האופקית השלילית של הפונקציה $f(x)$ עם הישר $x = 3$ הוא $\sqrt{130}$.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$ ואת b אם נתון שהיא נמצאת משמאל לישר $x = 2$.

- ג. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן (אם יש כאלה).
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (5) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + k$

ד. מצא עבור אילו ערכי k הפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר x בשתי נקודות. נמק.

נתונה הפונקציה $h(x) = f(x)^2$

- ה. (1) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$ וקבע את סוגן.
 (2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $h(x)$.
 (3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

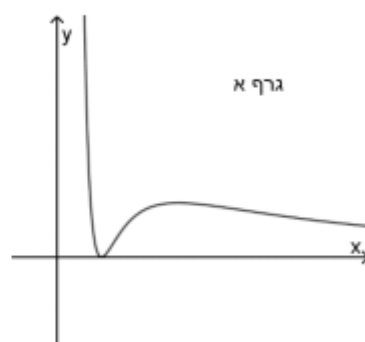
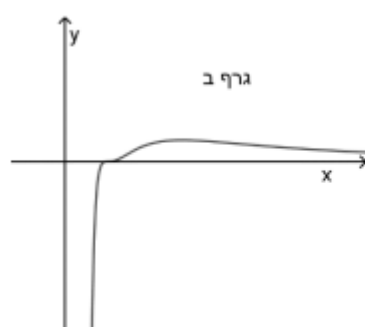
כתב: יהונתן מורנו

5. נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = \frac{(\ln(x))^n}{x}$, n מספר טבעי גדול מ-1.

א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציות במשפחה, את נקודת החיתוך שלהן עם ציר ה- x ואת האסימפטוטה האנכית שלהן.

ב. עבור אילו ערכים של n יש לפונקציות במשפחה שתי נקודות קיצון ועבור אילו ערכים יש נקודת קיצון אחת בלבד? נמק קביעתך.

ג. לפניך שני גרפים ששייכים לפונקציות מהמשפחה. קבע עבור כל אחד מהם האם הוא מתאים ל- m זוגי או אי-זוגי. נמק קביעתך.



ד. נתונות הפונקציות: $k(x) = \frac{(\ln(\frac{1}{x}))^2}{x}$, $l(x) = \frac{(\ln(\frac{1}{x}))^3}{x}$.

היעזר בגרפים של סעיף ג וסרטט גרפים עבור $k(x)$ ועבור $l(x)$.

ה. חשב את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = \frac{(\ln(x-1))^2}{(x-1)} \text{ ו- } h(x) = \frac{(\ln(x-1))^3}{(x-1)}$$

תשובות :

$$s = 34 \frac{22}{41} \quad (1)$$

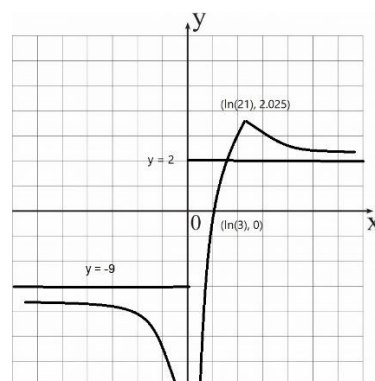
ג. $V = 128\sqrt{3}$. $M(0,0,0)$, $B(0, -8,0)$, $A(-4\sqrt{3}, 4,0)$, $S(0,0,8)$. $\sqrt{3}x + y - z + 8 = 0$. ד.

ג. $q_3 = 2cis330 = \sqrt{3} - i$, $q_2 = 2cis210 = -\sqrt{3} - i$, $q_1 = cis90 = 2i$. א. $(3 - 2i, -\sqrt{3} + i, -\sqrt{3} - i)$ ב.

ג. $a = 2$. א. $b = -2$. ב. $x \neq 0$ (1) ג. $(\ln(21), 2.025)$, מקסימום

ג. עלייה: $0 < x < \ln(21)$; ירידה: $x < 0$, $x > \ln(21)$. ג. $(\ln(3), 0)$ (4)

ג. (5)



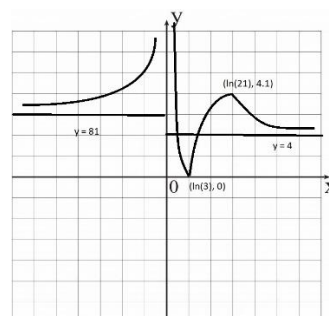
ד. $k > 9, -2 > k > -2.025$

ה. (1) $(\ln(3), 0)$, מינימום

מקסימום $(\ln(21), 4.1)$

ה (2) $x = 0, y = 81, y = 4$

ה (3)



5) א. $x = 0, (1,0), x > 0$. ב. n זוגי קיצון אחת, n איזוגי שתי נקודות קיצון.

ג. גרף א מתאים ל- n זוגי גרף ב מתאים ל- n אי-זוגי.

ה. $\frac{1}{12}$.

