



א. משך הבחינה: שלוש וחצי שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - אלגברה והסתברות

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי של פולינומים, פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך - $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1). מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרויות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2). דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1). אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2). התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת המחשבון.

הסבר כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ונבחנים כאחד.

בהצלחה!

פרק ראשון- אלגברה והסתברות

1. רוכב אופניים יצא מנקודה O לכיוון תחנת האוטובוס הנמצאת בנקודה A (ראה ציור). באותו רגע יצא אוטובוס מתחנה A במהירות של 100 קמ"ש ונסע בדרך מעגלית עד שחזר לנקודה ממנה יצא. רוכב האופניים הגיע לתחנה A שעה וחצי לאחר יציאתו. רוכב האופניים והאוטובוס הגיעו לתחנה A באותו זמן.

זמן מה אחרי יציאתו של רוכב האופניים מנקודה O, יצא אופניים שני גם הוא מנקודה O לכיוון תחנת האוטובוס הנמצאת בנקודה B, במהירות של 20 קמ"ש (ראה ציור). רוכב האופניים השני הגיע לנקודה B בדיוק באותה שעה שרוכב האופניים הראשון הגיע לנקודה A. בזמן הזה היה המרחק ביניהם 38.34 ק"מ.

באותו זמן שרוכב האופניים השני יצא מנקודה O יצא אוטובוס שני מנקודה B ונע במסלול מעגלי כמתואר בציור. רוכב האופניים השני והאוטובוס הגיעו לנקודה B יחד.

הערה: הנקודה O היא מרכז שני המעגלים, BO מאונך ל-AO.

א. מצא את מהירותו של האוטובוס השני. (תוכל להשאיר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

ביום שני יצא רוכב האופניים הראשון לכיוון הצפון, אחרי 15 דקות מיציאתו של רוכב האופניים הראשון יצא רוכב האופניים השני לכיוון המזרח, ואחרי 15 דקות מיציאתו של רוכב האופניים השני יצא רוכב אופניים שלישי לכיוון הדרום.

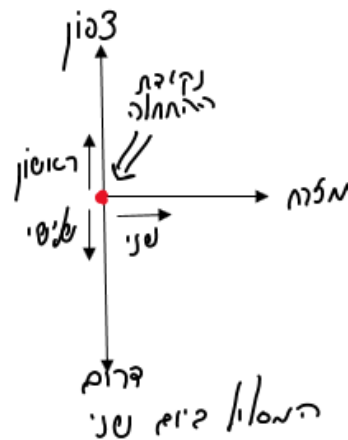
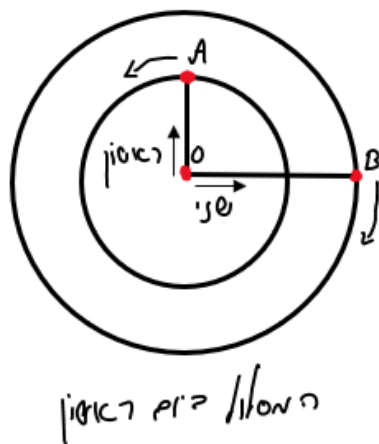
אחרי t שעות מיציאתו של רוכב האופניים הראשון היה המרחק בין רוכבי האופניים הראשון והשלישי 48.87 ק"מ והיה המרחק בין רוכבי האופניים השני והשלישי $25\sqrt{2}$ ק"מ.

הערה: מהירות רוכבי האופניים הראשון והשני ביום שני שווה למהירותיהם היום ראשון.

ב. מצא את המהירות של רוכב האופניים השלישי, אם ידוע כי המהירות שלו פחות מ-30 קמ"ש.

אחרי t שעות מיציאתו של רוכב האופניים הראשון, הסתובבו רוכבי האופניים השני והשלישי והלכו חזרה לנקודת יציאתם.

ג. האם רוכבי האופניים השני והשלישי ייפגשו בנקודת ההתחלה? הסבר את תשובתך.



כתבה : פאטמה עבד אלחי



2. נתונות שתי סדרות הנדסיות: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ו- $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ (n מספר טבעי), והמנה של שתי הסדרות היא q ($q > 0$), $a_1 \neq b_1$.

בנו סדרה שלישית עולה משתי הסדרות הנתונות:

$$\sqrt{b_1^2 - a_1^2}, \sqrt{b_2^2 - a_2^2}, \sqrt{b_3^2 - a_3^2}, \dots, \sqrt{b_n^2 - a_n^2}$$

נסמן את הסדרה השלישית ב- C_n .

א. הוכח כי הסדרה C_n היא סדרה הנדסית. והבע באמצעות q את מנת הסדרה השלישית.

סכום 8 האיברים הראשונים בסדרה b_n גדול פי $\frac{5}{4}$ מסכום 8 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

כמו כן האיבר האחרון בסדרה C_n גדול פי 2048 מהאיבר הראשון. ובנוסף נתון כי $b_1 = a_1 + 1$.

ב. הבע באמצעות q את סכום n האיברים הראשונים בסדרה C_n .

סכום n האיברים הראשונים בסדרה C_n הוא 12285.

ג. חשב את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה a_n . אם נתון כי המספר של האיברים בסדרה a_n גדול פי שתיים ממספר האיברים בסדרה C_n .

כתבה : פאטמה עבד אלחאי

[הקישור לפתרון ביוטיוב](#)



מאגר השאלות במתמטיקה מתכונת מספר 7

3. לצורך קבלה לחוג מסויים באוניברסיטה עורכים שלושה מבחנים. (כל סטודנט ניגש לכל שלושת המבחנים). בתום המבחן השני ערך החוג סיכום של תוצאות שני המבחנים הראשונים. 80% מהתלמידים עברו את המבחן הראשון.

אם בוחרים באקראי תלמיד, ההסתברות שהוא הצליח רק במבחן הראשון קטנה פי שלושה מההסתברות שהוא הצליח בשני המבחנים.

$\frac{6}{7}$ מהתלמידים שהצליחו במבחן השני, הצליחו במבחן הראשון.

א. מצא איזה חלק מהתלמידים נכשל בשני המבחנים.

ב בוחרים באקראי תלמיד. ידוע כי הוא עבר בהצלחה את המבחן הראשון.

מה ההסתברות שהוא עבר בהצלחה גם את המבחן השני?

ג בוחרים באקראי תלמיד שעבר לכל היותר את אחד המבחנים,

מה ההסתברות שהוא עבר לפחות את אחד המבחנים?

נ"מ ע.ל.א.

פרק שני- גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. נתון שני מעגלים חותכים, מעגל גדול שמרכזו O_1 , ומעגל קטן שמרכזו O_2 .

הנקודות D, B ו- E נמצאות על היקף המעגל הקטן, והנקודות A, G, F ו- O_2 נמצאות על היקף המעגל הגדול. הנקודה C היא אחת מנקודות חיתוך שני המעגלים.

המיתר ED חותך את המיתר BC בנקודה H .

המربع AO_1CD מעויין.

א. האם הישר CE עובר דרך הנקודה O_2 ? הסבר

נתון גם ש: $2 \cdot \angle CED = \angle BED$

ב. חשב את זוויות המשולש $\triangle CEH$.

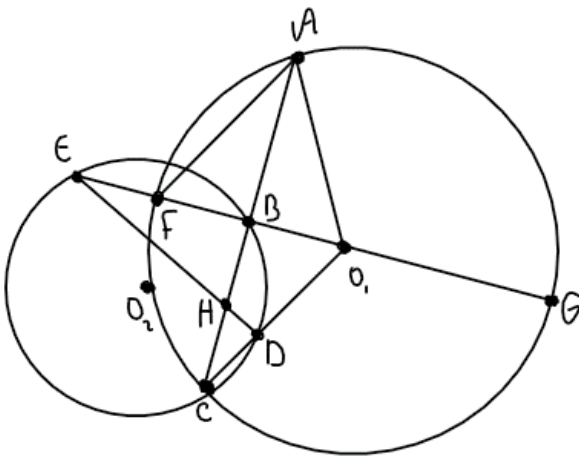
נסמן את קוטר המעגל שמרכזו O_1 ב- $8x$.

ג. (1) הבע באמצעות x את אורך הצלע DO_1 .

(2) הבע באמצעות x את שטח המربع BHD

ד. הוכח שמתקיים: $AB^2 = EF \cdot EG$.

כתבה : פאטמה עבד אלחי



5. נתון מעגל DC משיק למעגל בנקודה C . מנקודה B , הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר

החותך את המעגל בנקודות A ו- F , וישר נוסף החותך את המעגל בנקודות M ו- C . AM מיתר במעגל. (ראה ציור)

נתון: $MC=AC$, $\angle ABM = \beta$, $\angle BCD = \alpha$

א. הוכח כי: $\frac{AC}{BM} = \frac{\sin \beta}{2 \sin(\alpha - \beta) \cos \alpha}$

נסמן ב- R_1 את רדיוס המעגל החוסם את

המשולש $\triangle AMC$

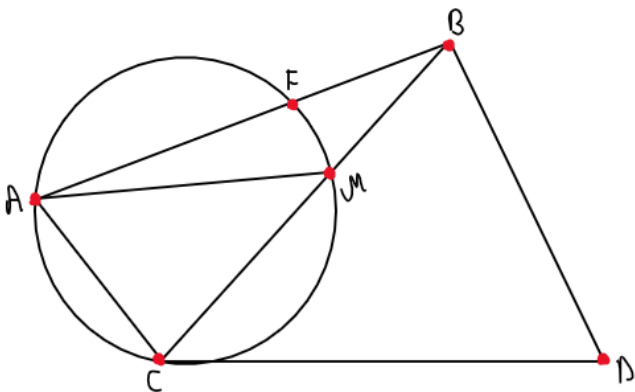
נסמן ב- R_2 את רדיוס המעגל החוסם את

המשולש $\triangle AMB$

ב. בטא באמצעות α ו- β את היחס $\frac{R_2}{R_1}$.

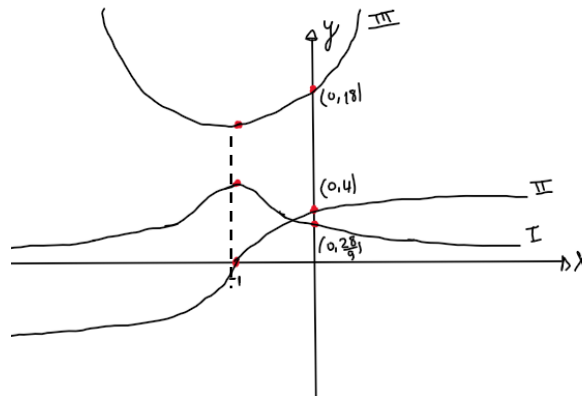
ג. נתון: $\frac{2R_2}{R_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$. חשב את α .

כתב : אמג'ד עוקאשה



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

6. לפניך סרטוט של הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$.



א. קבע איזה גרף מייצג את כל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$.
 ב.

- (i) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $\sqrt{f(x)}$.
- (ii) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציות $\sqrt{f(x)}$ ו- $f'(x)$.
- (iii) מצא את תחומי קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקציה $f(x)$.
- (iv) הוכח שמתקיים: $\int_{-1}^0 f'(x) dx > 2$.
- (v) ציין איזו טענה נכונה מן הטענות 1-4 אם נתון כי: $B > A > 0$.

$$\int_A^B f(x) dx > \int_A^B \frac{1}{\sqrt{f(x)}} dx > \int_A^B f'(x) dx \quad (1)$$

$$\int_A^B \frac{1}{\sqrt{f(x)}} dx > \int_A^B f(x) dx > \int_A^B f'(x) dx \quad (2)$$

$$\int_A^B f(x) dx > \int_A^B f'(x) dx > \int_A^B \frac{1}{\sqrt{f(x)}} dx \quad (3)$$

$$\int_A^B f(x) dx = \int_A^B f'(x) dx > \int_A^B \frac{1}{\sqrt{f(x)}} dx \quad (4)$$

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f''(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.

ד. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f'(x)}}$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. פרט את שיקולך.

מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = g(x + a)$.

ה. מצא עבור איזה ערך של הפרמטר a ציר ה-y יהי אסימפטוטה אנכית של הפונקציה $h(x)$.

ו. מצא לאיזה ערך של הפרמטר c מתקיימת את המשוואה הבאה ($b > a > 0$):

$$\int_a^b g(x) dx = \int_{a+c}^{b+c} h(x) dx$$

נתון: $f'(x) = \frac{12x+12}{\sqrt{2x^2+4x+9}}$

ז. מצא את הפונקציה $f(x)$.

כתב : אמג'ד עוקאשה

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = 9 - 4 \sin(\pi - x) \cdot (1 + \cos(x - \frac{\pi}{2})) - 8 (\sin(\frac{\pi}{2} - x))^2$

א. הוכח שמתקיים: $f(x) = (a \sin x + b)^2$, ומצא את הפרמטרים a ו-b.

ב. ענה על תת-סעיפים (2)-(5) בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

(1) האם הפונקציה f(x) זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? נמק את תשובתך.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה f(x), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה f(x).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).

נתונה גם הפונקציה: $g(x) = f(x + c) + d$

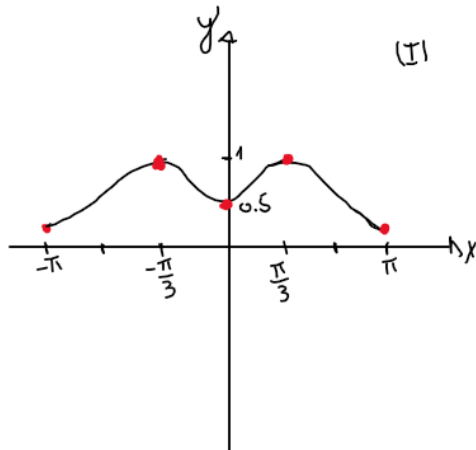
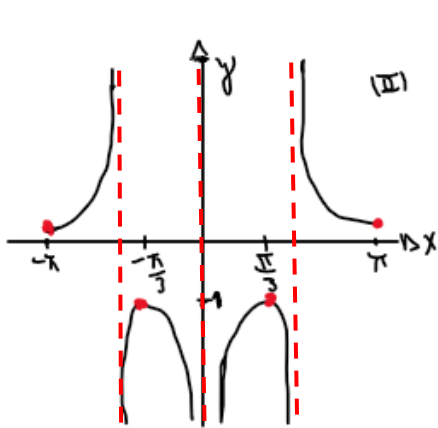
ג. (1) מצא את הערכים המתאימים לכל אחד מפרמטרים c ו-d, אם ידוע כי לפונקציה g(x) יש נקודת קיצון בראשית הצירים.

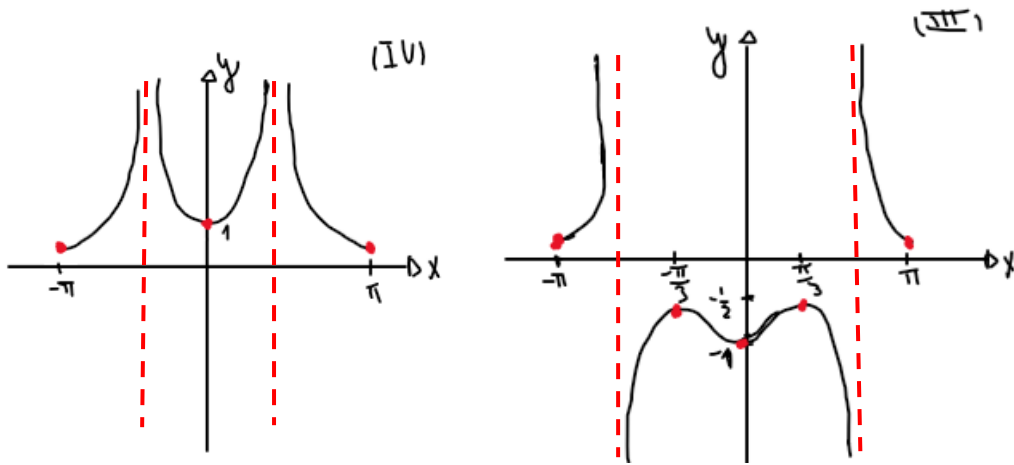
(2) הצב: $c = -1$ ו- $d = \frac{\pi}{2}$, והוסיף לסרטוט שבמחברתך סקיצה של גרף הפונקציה g(x) בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה f(x), על ידי גרף הפונקציה g(x) ועל ידי ציר ה-x.

נתונה גם הפונקציה: $k(x) = \frac{1}{g(x)+n}$ (n פרמטר שלם) שנמצאת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ד. קבע ערך מסוים לפרמטר n לכל אחד מן הגרפים (I)-(IV) שלפניך. ונמק את קביעותיך.





כתבה : פאטמה עבד אלחאי

8. נתון ABCD טרפז שווה שוקיים ($AD=BC$ ו- AC מקביל ל- CD)

ונתון גם ש: $AD=a$, $\angle ADC=\alpha$, $AB < CD$.

ידוע כי אורך הצלע AB גדול פי שניים מאורך הגובה של הטרפז.

- הבע באמצעות a ו- α את השטח של הטרפז.
- מצא את α אם ידוע כי השטח של הטרפז הוא שטח מקסימלי.
- חשב את שטח הטרפז אם ידוע כי היקפו שווה ל- 25.425 יחידות.
- מצא את הערך של רדיוס המעגל החוסם את הטרפז.

כתבה : פאטמה עבד אלחאי

תשובות סופיות

1. א. 125.6 קמ"ש

ב. מהירות רוכב האופניים השלישי 25 קמ"ש

ג. לא

2. א. q

ב. $S_n = \frac{3(q^n-1)}{q-1}$ או $S_n = \frac{6144q-3}{q-1}$

ג. $S_{12} = 44739240$

3. א. 0.1 ב. 0.75 ג. 0.75

4. א. כן

ב. $15^\circ, 120^\circ, 45^\circ$

ג. $DO_1 = (1 + \sqrt{3})x$

ד. $S = 3x^2$

ה. הוכחה

5. א. $\frac{AC}{BM} = \frac{\sin \beta}{2 \sin(\alpha-\beta) \cos \alpha}$

ב. $\frac{R_2}{R_1} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \beta}$

ג. $\alpha = 75.52^\circ$

6. א. גרף III - $f(x)$, גרף II - $f'(x)$, גרף I - $f''(x)$

ב. (i) כל x

(ii) $-\sqrt{f(x)}$ - תחום עלייה: $x > -1$, תחום ירידה: $x < -1$

$f'(x) -$ תחום עלייה: כל x , תחום ירידה: אין

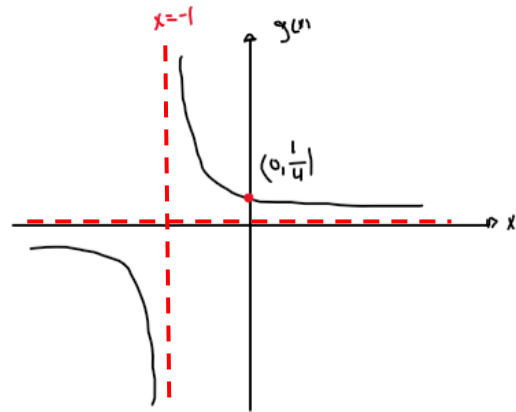
(iii) תחום הקעירות כלפי מעלה: כל x , תחום הקעירות כלפי מטה: אין

(iv) הוכחה

(v) טענה 3

ג. 4

ד.



ה. $a=1$

ו. $c=1$

$$f(x) = 6\sqrt{2x^2 + 4x + 9}$$

7. א. הוכחה

ב. (1) לא זוגית ולא אי-זוגית

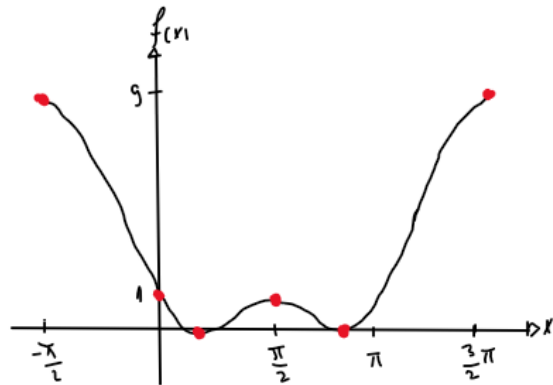
$$(2) \left(\frac{5\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{\pi}{6}, 0\right), (0, 1)$$

(3) מקסימום $(-\frac{\pi}{2}, 9)$, מינימום $(\frac{\pi}{6}, 0)$, מקסימום $(\frac{\pi}{2}, 1)$, מינימום $(\frac{5\pi}{6}, 0)$, מקסימום $(\frac{3\pi}{2}, 9)$

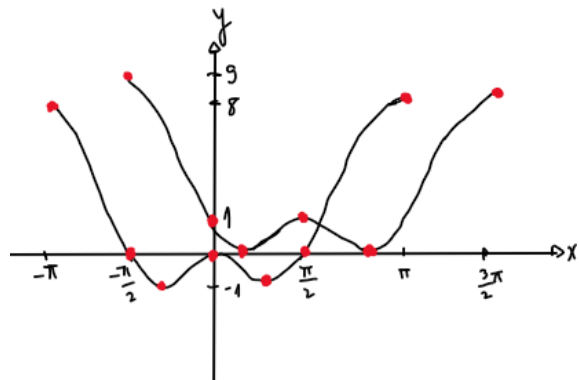
(4) תחומי עלייה: $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2}$ או $\frac{5\pi}{6} < x < \frac{3\pi}{2}$

תחומי ירידה: $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{6}$ או $\frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{6}$

(5)



ג. $c = \frac{5\pi}{6}$ $d=0$, $c = \frac{\pi}{6}$ $d=0$, $c = \frac{\pi}{2}$ $d=-1$, $c = \frac{3\pi}{2}$ $d=-9$, $c = -\frac{\pi}{2}$ $d=-9$ (1)
 (2)



(3) 3.334 יח"ר

ד. $n=1$ (IV), $n=-1$ (III), $n=0$ (II), $n=2$ (I)

8. א. $S = a^2 \sin \alpha (2 \sin \alpha + \cos \alpha)$

ב. $\alpha = 76.5^\circ$

ג. 33.89 יח"ר

ד. 46.81 יחידות