



מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש וחצי שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - אלגברה והסתברות

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי של פולינומים, פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך - $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1). מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרויות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2). דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1). אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2). התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזר

המחשבון.

הסבר כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ונבחנים כאחד.

בהצלחה!



פרק ראשון- אלגברה והסתברות

1. אדם יוצא מעיר A לעיר B במהירות v_1 . שעה אחרי שיצא אדם יוצא דן, חבר של אדם מעיר A לעיר B במהירות v_2 הגדולה ממהירותו של אדם. דן משיג את אדם וממשיך לעיר B. כשמגיע דן לעיר B חוזר דן מיד לעיר A ופוגש בדרכו חזרה לעיר A, במרחק של $\frac{20}{3}$ ק"מ מעיר B את אדם שעוד בדרכו לעיר B.

ידוע כי המרחק מעיר A עד נקודת הפגישה הראשונה של דן ואדם קטנה פי 2 מהדרך שבין עיר B ועד נקודת הפגישה הראשונה. ידוע גם כי משך הזמן שמהפגישה הראשונה עד הפגישה השנייה הוא שעתיים וארבעים דקות.

א. מצא את מהירותו של דן ושל אדם.

ב. מצא את המרחק שבין עיר A לעיר B.

יום למחרת יוצא אדם מעיר A לעיר B במטרה להעביר לעיר B מספר חבילות. בדיוק באותו רגע יוצא גם דן מעיר A לעיר B. מהירותיהם לא השתנו בשני הימים. חצי שעה לאחר צאתם מעיר A יוצא אורי, אף הוא מעיר A, במהירות הגדולה ב-5 קמ"ש ממהירותו של דן במטרה להעביר לדן חבילה ששכח לקחת עימו. בדרכו הוא פוגש את אדם ומבקש ממנו שיעביר את החבילה לדן. אדם מגביר את מהירותו

ב- v קמ"ש במטרה להעביר לדן את החבילה ששכח.

מצא את תחום הערכים של v אם ידוע כי אדם השיג את דן עוד לפני שדן הגיע לעיר B וכן כי מהירותו של אדם אינה עולה על 35 קמ"ש לאחר שהגביר את מהירותו.

כתב: נהוראי זקס



מאגר השאלות במתמטיקה מתכונת מספר 8

2. סכום סדרה חשבונית שבה 99 איברים הוא 9,999 .

א. הוציאו מהסדרה את האיברים הבאים: $a_4, a_6, a_{13}, a_{15}, a_{22}, a_{24}, \dots, a_{94}, a_{96}$

מצא את סכום האיברים שנותרו.

ב. בנוסף, הוציאו מהסדרה גם את האיברים: $a_1, a_{10}, a_{19}, a_{28}, \dots, a_{91}$

(מספור האינדקסים - לפי הסדרה המקורית).

סכום האיברים שנותרו בסדרה לאחר ההוצאה השניה הוא 6,754 .

מצא את האיבר הראשון ואת האיבר האחרון בסדרה המקורית.

נ"מ ע.ל.א



3. במיונים לקורס טיס משתתפים תלמידים רבים. כל משתתף צריך להצליח לעבור 3 מכשולים בזה אחר זה לפי הסדר. משתתף שלא מצליח לעבור מכשול מודח מייד מן המיונים. ההסתברות לעבור מכשול שונה ממכשול למכשול, אך שווה לכל המשתתפים. משתתף שמצליח לעבור את שלושת המכשולים עולה לשלב הבא. 28% מן המשתתפים בתחרות הצליחו לעבור את שני המכשולים הראשונים. ההסתברות שמשתתף שמצליח לעבור

את שני המכשולים הראשונים יודח מן המיונים גדולה פי 3 מן ההסתברות שהוא יעלה לשלב הבא.

א. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות יעלה לשלב הבא.

ההסתברות שמשתתף יצליח לעבור את המכשול הראשון ולא

יעבור את המכשול השני הוא 0.42.

ב. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות לא יצליח לעבור את

המכשול הראשון.

ג. בחרו באקראי שלושה משתתפים: עומר, גל וליאור.

ידוע ששלושתם הצליחו לעבור את המכשול הראשון.

(1) חשב את ההסתברות שבדיוק שניים מהם יעלו לשלב הבא.

(2) חשב את ההסתברות שמבין השלושה, רק עומר וגל יעלו

לשלב הבא.

ב.ע.ל.א.

4. המרובע ABCD הוא מקבילית. הנקודה F מחלקת את AD ביחס $\frac{AF}{DF} = \frac{a}{b}$.

המשך הקטע CD חותך את המשך הקטע BF בנקודה E,

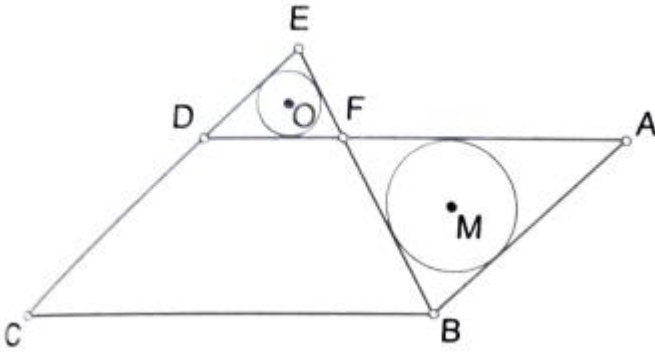
כך שנוצר המשולש DEF ששטחו הוא s יח"ר.

במשולש ABF חסום מעגל שמרכזו הנקודה M.

במשולש DEF חסום מעגל שמרכזו הנקודה O.

א. בטא באמצעות a ו-b את היחס $\frac{OD}{AM}$.

ב. בטא באמצעות b, a ו-s את שטח המקבילית ABCD.



5. משולש ABC הוא ישר זווית $\angle C = 90^\circ$.

הנקודה E היא אמצע הצלע AB. הנקודה D

נמצאת על הצלע BC כך ש- $AD = DB$.

נסמן: $DB = 4x$.

נתון גם: $\frac{CD}{DB} = \frac{3}{4}$, הנקודה M היא אמצע הקטע AD.

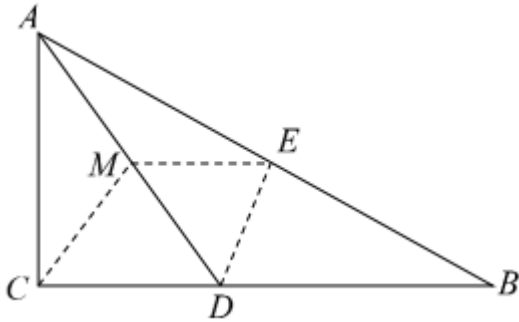
א. הוכח: $ME = CM$.

ב. חשב את הגודל של הזוויות ABC ו-ADC.

ג. בדוק נכונות/אי נכונות הטענות הבאות. נמק.

i. המרובע ACDE הוא בר חסימה במעגל.

ii. במרובע CMED ניתן לחסום מעגל.

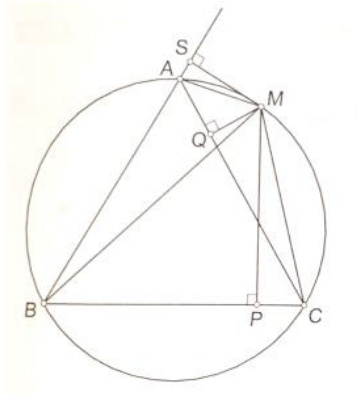


ד. שטח המשולש ACB הוא $\frac{63\sqrt{7}}{8}$ סמ"ר. חשב את אורך הצלע DB ואת שטח המשולש

ADB.

ממ"א ע.ל.א

פרק שלישי



6. משולש שווה צלעות ABC חסום במעגל שרדיוסו R.

נקודה M נמצאת על הקשת הקטנה AC.

. $MP \perp BC, MQ \perp AC$

. MS מאונך על המשך הצלע AB.

א. מצא את $\angle MBC$ שעבורה סכום אורכי הקטעים.

MP, MQ MS יהיה מקסימלי.

ב. מצא גם את סכום האורכים מקסימלי.
 (בטא באמצעות R.)

ני"מ ע.ל.א



7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$.

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ושל הפונקציה $f(x)$?
- (2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה).
- (5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- (6) הוסף לסקיצה שסרטטת בתת-סעיף ב (5) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה משוואה $1 : k = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$ ונתונה משוואה $2 : \sqrt{x^2 + 9}$.
נתון כי $k > 0$.

מצא את תחום הערכים של k שעבורם אין פתרון למשוואה 1 וגם אין פתרון למשוואה 2.



8. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{\sin x}{(1+\cos(ax))^2}$, $(a > 0)$, $g(x) = 1 + \cos(ax)$.

המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות של $g(x)$ עם ציר ה- x הוא π .

א. מצא את ערכו של a .

הצב את הערך של a שמצאת וחקור את הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi < x < 3\pi$:

ב. הוכח כי: $f'(x) = \frac{1+3\sin^2 x}{4\cos^5 x}$.

ג. ציין את:

(1) נקודות החיתוך עם הצירים,

(2) אסימפטוטות המקבילות לצירים (אם יש),

(3) תחומי עליה /ירידה ונקודות קיצון (אם יש).

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין ציר ה- x לבין הישר $x = \frac{\pi}{4}$.

תשובות:

(1) מהירותו של דן היא 10 קמ"ש.

מהירותו של אדם היא 5 קמ"ש

הדרך AB היא 30 ק"מ

התחום של v : $30 \geq v > \frac{20}{3}$

(2) א. $s = 7777$ ב. $a_{99} = 199$ ג. $a_1 = 3$

(3) א. 0.07 ב. 0.3 ג. $(1 - 0.027)^2$ ד. 0.009

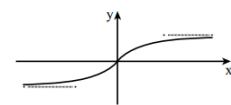
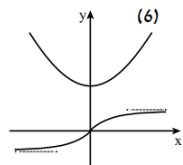
(4) א. $\frac{b}{a}$ ב. $S_{ABCD} = 2s \cdot \frac{a^2 + ab}{b^2}$

(5) א. $\angle ABC = 20.7^\circ$, $\angle ADC = 41.41^\circ$ ב. $\angle ADB = \frac{9\sqrt{7}}{2}$ ג. אינה נכונה. ii אינה נכונה.

(6) א. $\angle MBC = \frac{\pi}{6}$ ב. $2.5R$

(7)

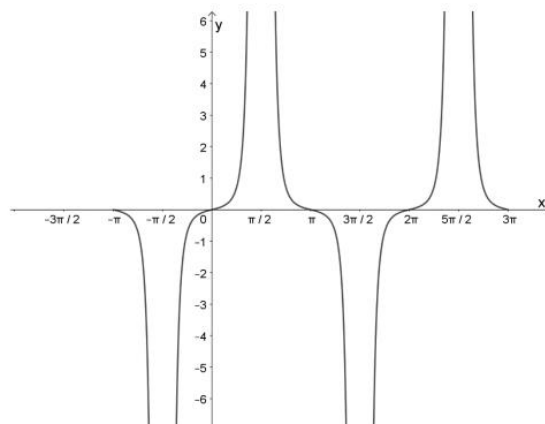
א (1) $f'(x)$ - כל x ; $f(x)$ - כל x . (2) $y=1$, $y=-1$. (3) $(0;0)$.
 (4) עלייה: כל x ; ירידה: אין.



ב. $1 \leq k < 3$

8. א. $a = 2$ ג. $(-\pi, 0), (0, 0), (\pi, 0), (2\pi, 0), (3\pi, 0)$
 ג. $x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{5\pi}{2}$ ב. אין קיצון.

ד.



ה. 0.15236



מאגר השאלות במתמטיקה מתכונת מספר 8