

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה 4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך — $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

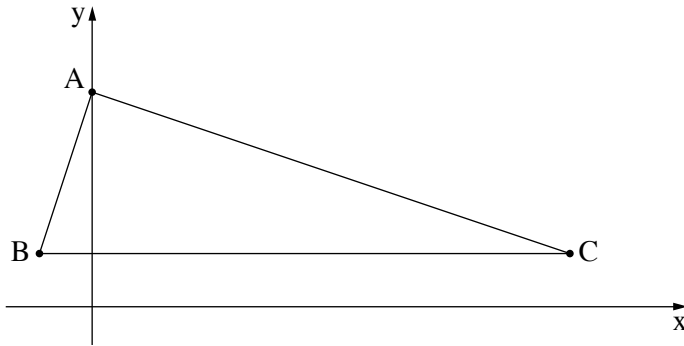
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. המרחק בין יישוב **א** ליישוב **ב** הוא 36 ק"מ.
יוסי יצא מיישוב **א** לכיוון יישוב **ב** בשעה 8:00.
הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של שעה, ולאחר מכן המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב- 25% ממהירותו הקודמת.
נועה יצאה מיישוב **ב** לכיוון יישוב **א** בשעה 11:00 באותו היום.
היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב- 3 קמ"ש מן המהירות שבה צעד יוסי אחרי המנוחה.
יוסי ונועה נפגשו באמצע הדרך בין שני היישובים.
א. מה הייתה מהירותו של יוסי לפני המנוחה?
ב. באיזו שעה נפגשו יוסי ונועה?

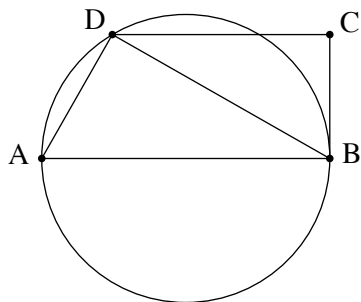


2. לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).
 נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- y .
 הנקודות B ו- C נמצאות על הישר $y = 2$.
 משוואת הישר AB היא $y = 3x + 8$.
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.
 נתון: אורך הצלע AC הוא $\sqrt{360}$.
 הנקודה C נמצאת ברביע הראשון.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה C.
 ג. הוכח כי הצלע AB מאונכת לצלע AC.

- הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
 דרך הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה- y . הישר חותך את הצלע AC בנקודה E.
 ד. חשב את שטח המרובע ABME.

3. מועמדים לבית ספר מסוים נדרשו להיבחן בשתי בחינות: בחינה במתמטיקה ובחינה באנגלית.
 80% מן המועמדים עברו את הבחינה במתמטיקה.
 60% מן המועמדים עברו את הבחינה באנגלית.
 40% מן המועמדים עברו רק אחת משתי הבחינות.
 בוחרים באקראי מועמד אחד מבין המועמדים שנבחנו.
 נסמן ב- p את ההסתברות שהמועמד שנבחר עבר את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית.
 א. מצא את p .
 ב. אם ידוע שהמועמד הזה עבר רק בחינה אחת, מהי ההסתברות שהוא עבר רק את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית?
 ידוע שהיו 200 מועמדים סך הכול.
 ג. (1) כמה מבין המועמדים עברו את שתי הבחינות?
 (2) מבין כל המועמדים בחרו באקראי בזה אחר זה שני מועמדים (ללא החזרה).
 מהי ההסתברות ששניהם עברו את שתי הבחינות?
 בתשובתך דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. המשולש ADB חסום במעגל (ראה סרטוט).

הנקודה C נמצאת מחוץ למעגל כך ש-BC משיק למעגל בנקודה B.

נתון: $DC \parallel AB$.

א. הוכח: $\triangle ADB \sim \triangle BCD$.

נתון: $\angle DAB + \angle CDB = 90^\circ$.

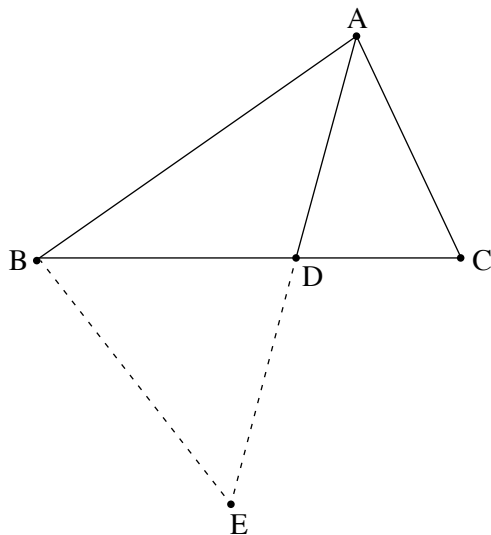
ב. הוכח כי AB הוא קוטר במעגל.

נתון: רדיוס המעגל הוא 4 ס"מ.

היחס בין שטח המשולש ADB לבין שטח המשולש BCD הוא $\frac{4}{3}$.

ג. (1) מצא את אורך הצלע DB.

(2) מצא את אורך הצלע DC.



5. לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).

הנקודה D נמצאת על הצלע BC.

נתון: $AC = 1.5 \cdot CD$,

AD חוצה את הזווית $\angle BAC$,

$\angle ADC = 75^\circ$.

א. מצא את גודל הזווית $\angle BAC$.

נתון: $AC = 6$.

ב. מצא את אורך הקטע DB.

הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD, כמתואר בסרטוט.

שטח המשולש BDE הוא 19.

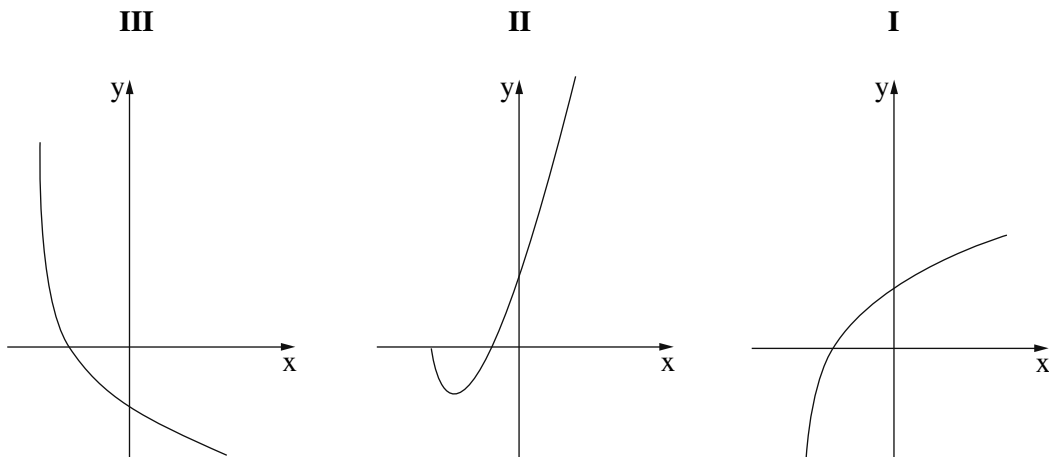
ג. מצא את אורך הצלע BE.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
($g(x)$ ו- $g'(x)$ מוגדרות באותו התחום).
העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x .
מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x \cdot \sqrt{x + a}$, הוא פרמטר. **א.** הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
הנקודה $(4, 20)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$. **ב.** מצא את a .
הצב $a = 2.25$ בפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ג-ה.
ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
(2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ד. אחד מן הגרפים **III-I** שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים.



8.

בסרטוט שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) = -x^2 + 16 \quad \text{ו} \quad g(x) = (x - 4)^2$$

נקודה A נמצאת ברביע הראשון על

גרף הפונקציה $f(x)$.

מן הנקודה A העבירו שני ישרים:

ישר אחד, המקביל לציר ה- y

וחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B,

וישר אחר, המקביל לציר ה- x

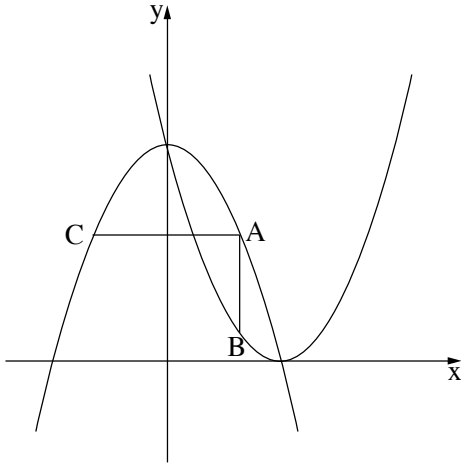
וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C

(ראה סרטוט).

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו- C.

ב. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.



בהצלחה!