23/4/2021

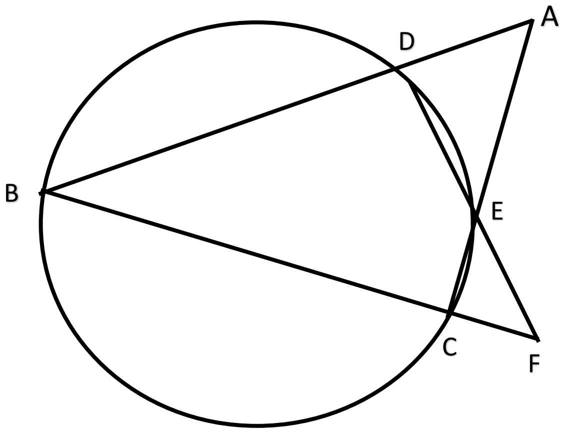
גיאומטריה 5 יחידות

המאגר הארצי במתמטיקה

כותבי השאלות:עובד לב ארי,לי אשר,ניקיטה גרנקין,אימאן סולטאן,יונתן שרבני,

גיאומטריה 5 יחידות

1) המרובע BCED חסום במעגל כמתואר בשרטוט.המשכי המיתרים BD ו- CE נחתכים בנקודה A. המשכי המיתרים BC ו- DE נחתכים בנקודה F
נתון: AD+CE=BD, AE=2CE.



א. חשבו את היחס $\frac{AB}{AC}$:

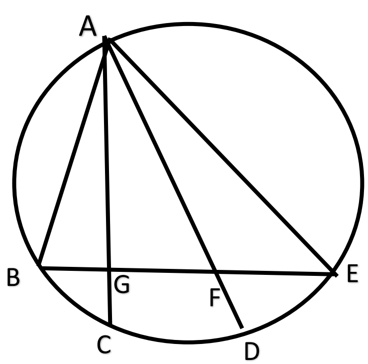
ב. נתון: במרובע BCED ניתן לחסום מעגל. הקטע DE קצר בשני ס"מ מהקטע AD.חשב את אורך AD .

ג. חשב את יחס השטחים: $\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta CEF}}$.

תשובות: א. $\frac{4}{3}$. ב. 9 ס"מ .ג. $\frac{7}{4}$.

הפתרון ביוטיוב

2) הנקודות D,C,B,A ו- E נמצאות על המעגל המתואר בציור.
הקשתות BC, CD , ו- DE שוות זו לזו באורכן.
המיתר BE חותך את המיתרים AC ו- AD בנקודות G ו- F בהתאמה.
נתון $AG \perp BE$ AE=10 ס"מ, EF =5 ס"מ
, $AF =$ ס"מ$\sqrt{45}$.



א. חשבו את שטח המשולש ΔABE .

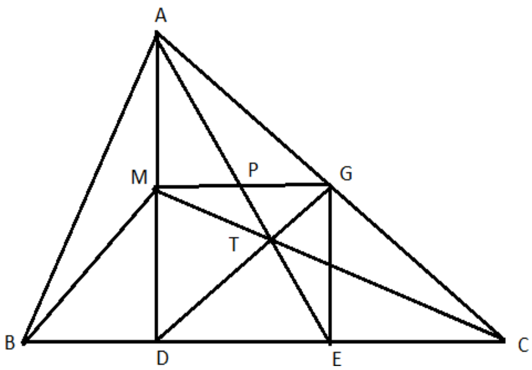
ב. חשבו את אורכי הקטעים GC ו- DF .

ג. הוכיחו כי: CDIIGF .

תשובות:א. 33 יח"ר ב. GC=4, $DF = 2\sqrt{5}$.

הפתרון ביוטיוב

3) נתון ΔABC. נקודות D ו– E נמצאות על BC כך שמתקיים: EC=DE=BD. מנקודה D מעלים אנך החותך את הצלע AC בנקודה A. מנקודה E מעלים אנך שחותך את קטע AC בנקודה G. הקטעים DG ו AE נחתכים בנקודה T .



א. הוכח: $S_{\Delta ABC} = 9S_{\Delta DTE}$.

ב. המשך קטע CT חותך את קטע AD בנקודה M.
הוכח: מרובע BMGC הוא טרפז שווה שוקיים.

ג. הקטע MG חותך את קטע AT בנקודה P. הוכח: $\frac{PE}{PT} = \frac{GD}{GT}$.

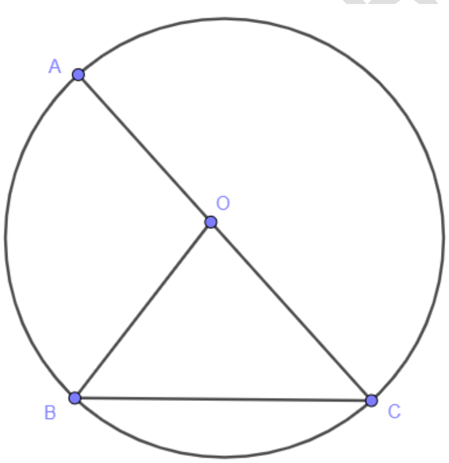
כתב: ניקיטה גרנקין

[הפתרון המלא ביוטיוב]

4)

א) הוכח : " במעגל:זויות היקפיות הנשענות על אותה קשת (מאותו צד) שוות ביניהן ".

ב) נתון מעגל שמרכזו O . AC הוא קוטר במעגל.D היא נקודה הנמצאת על המיתר BC כך שהמשך הקטע OD חותך את המעגל ומחלק את הקשת BC לשתי קשתות שוות.
הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta OBD$.



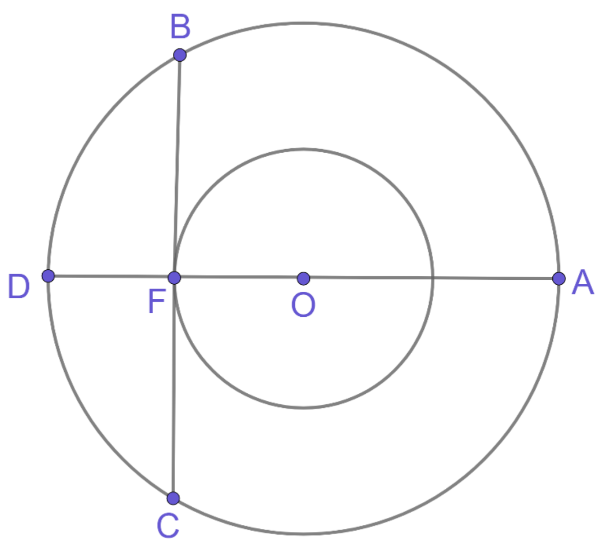
ג) הוכח: $OD = \sqrt{AO^2 - \frac{BC^2}{4}}$.

ד) נתון : $\measuredangle ACB = 30°$, $DC = 5$.
חשב את שטח המשולש ADC .

כתבה: אימאן סולטאן.

תשובות: ד) $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ יח"ר .

5)



לפניך שני מעגלים בעלי מרכז משותף O .

הקטע BC משיק למעגל הקטן בנקודה F .

א. הוכח: $BC^2 = 4\,AF \cdot DF$.

ב. נתון כי הנקודה O היא נקודת מפגש תיכונים במשולש ABC .

חשב את זווית $\sphericalangle BOC$.

ג. מהו סוג המרובע $BOCD$? נמק.

ד. נתון: $50\sqrt{3}$ סמ"ר $= S_{BOCD}$. חשב את קוטר המעגל הגדול.

כתב : לי אשר

<u>תשובות :</u>

א. הוכחה.

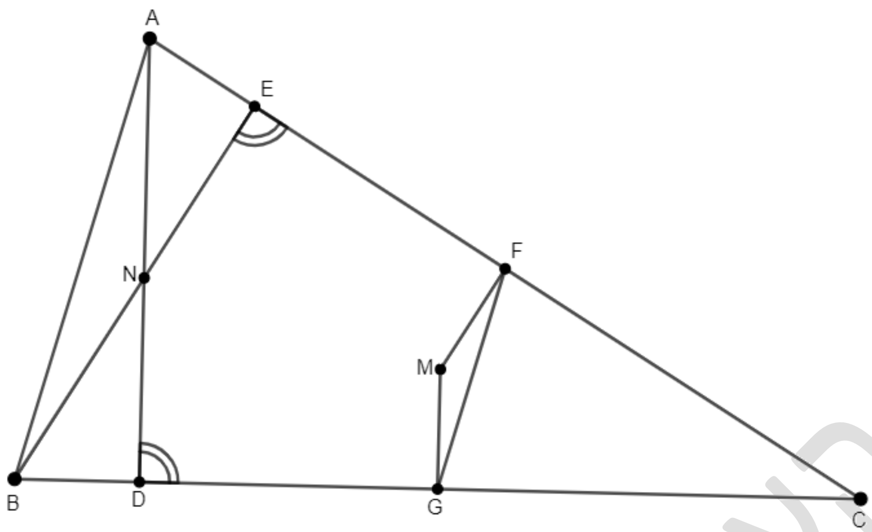
ב. $\sphericalangle BOC = 120°$.

ג. מעוין .

ד. 20 ס"מ.

6) נתון: ΔABC הוא משולש חד זוויות. הקטע BE חותך את AD בנקודה N כך ש:
$\sphericalangle CDN = \sphericalangle CEN$.
המרובע $CDNE$ הוא בר חסימה במעגל.

FM, GM הם אנכים אמצעים לצלעות AC, BC בהתאמה כך ש: $CF = BG$.



א. הוכח: הנקודה N היא נקודת מפגש הגבהים ב-ΔABC.

ב.

(1) ΔABC הוא משולש שווה שוקיים ($AC = BC$).

(2) המרובעים $CFMG, CEND$ הם דלתונים.

ג.

(1) $GF = \frac{1}{2} AB$.

(2) $S_{ABGF} = \frac{3}{4} \cdot S_{\Delta ABC}$.

ד.

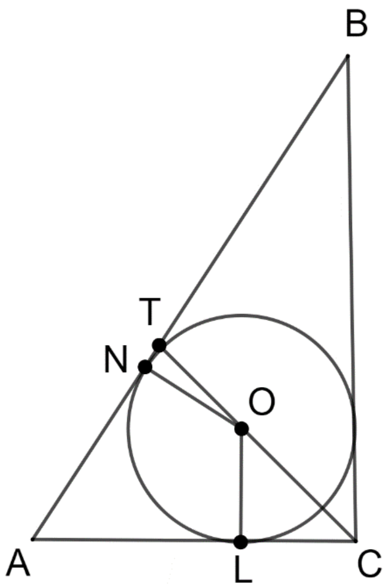
(1) $\Delta ANB \sim \Delta GMF$.

(2) חשבו את היחס: $\frac{S_{\Delta ANB}}{S_{\Delta GMF}}$.

כתב: יונתן שרבני

תשובות סופיות: ד. (2) $\frac{S_{\Delta ANB}}{S_{\Delta GMF}} = 4$

7)



מעגל שמרכזו בנקודה O חסום במשולש ישר זווית ΔABC. הנקודות N ו- L הן נקודות ההשקה של המעגל עם הצלעות AB ו- AC בהתאמה.

הקטע CT חוצה את זווית $\sphericalangle C$.

נתון: $\sphericalangle NOT = 15°$.

א. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle NOL$.

ב. חשב את היחס $\frac{BT}{AT}$.

ג. הוכח: $AT = AO$.

ד. נתון: $NO = 2$ ס"מ. חשב את אורכי הקטעים NT ו- AC.

כתב : לי אשר

תשובות:

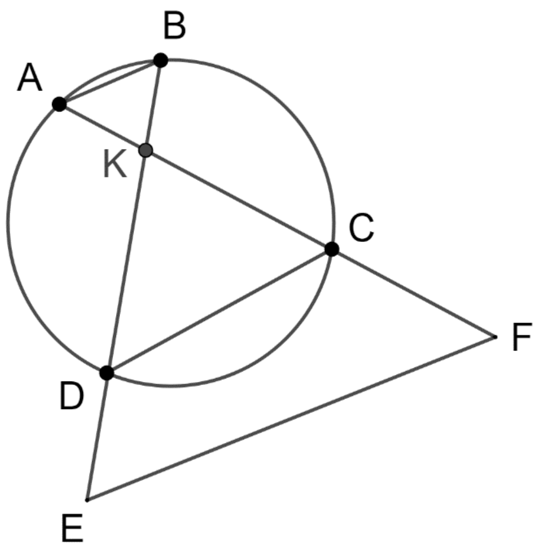
א. $\sphericalangle NOL = 120°$.

ב. $\sqrt{3}$.

ג. הוכחה.

ד. $AC = 2 + 2\sqrt{3} =$ 5.464 ס"מ , $NT = 4 - 2\sqrt{3} =$ 0.536 ס"מ.

8)



הנקודות A, B, C ו- D נמצאות על היקפו של המ

המיתרים AC ו- BD נחתכים בנקודה K והנקוד

ו- E נמצאות על המשכיהם בהתאמה.

נתון: המרובע $EDCF$ בר חסימה.

א. (1). הוכח: $AB \parallel EF$.

(2). האם $S_{\Delta AKE} = S_{\Delta BKF}$? נמק.

ב. הוכח: $\Delta EKF \sim \Delta CKD$.

נתון: $\frac{S_{\Delta DKC}}{S_{\Delta FKE}} = \frac{4}{9}$.

ד. הוכח: $3DK \cdot AB = 2AK \cdot EF$.

כתב: לי אשר

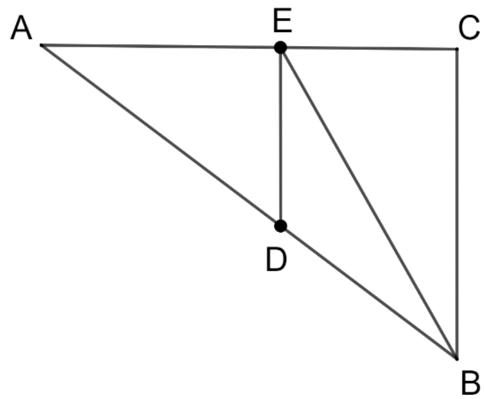
א. (1). הוכחה.

(2). כן.

ב. הוכחה.

ג. הוכחה.

9)



ΔACB משולש ישר זווית $(\measuredangle ACB = 90°)$.

BE חוצה את זווית $\measuredangle ABC$ (ראה שרטוט) , $DE \parallel BC$,

$EC =$ 8 ס"מ , $AE =$ 10 ס"מ .

א. הוכח: ΔEDB שווה שוקיים.

ב. (1). חשב את אורכי הקטעים AB ו- DE .

(2). האם ניתן לחסום מעגל במרובע $DECB$? נמק.

ג. חשב את היקף המשולש ΔDEB (דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה).

ד. נתון: CF גובה לצלע AB .

חשב את אורך הקטע FD .

כתב: לי אשר

תשובות:

א. הוכחה.

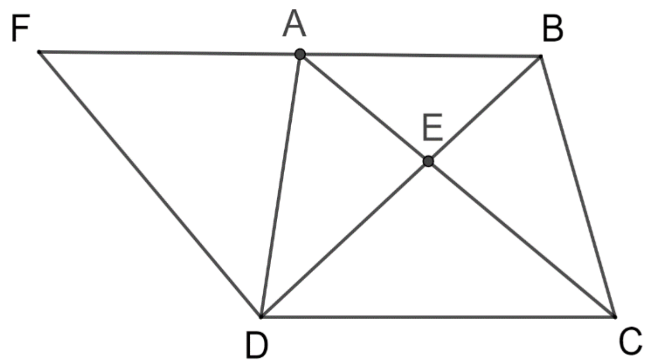
ב. (1). $AB =$ 30 ס"מ , $DE =$ $\frac{40}{3}$ ס"מ .

(2). לא.

ג. 51.965 ס"מ.

ד. 5.867 ס"מ $= \frac{88}{15}$ ס"מ.

10)



בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) האלכסונים נחתכים

בנקודה E . הנקודה F על המשך הצלע AB .

א. הוכח: $\frac{DE}{DC} = \frac{BE}{AB}$.

נתון: $DC = k \cdot AB$, 24 סמ"ר = $S_{\Delta DEC}$.

ב. הוכח: $\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta CED}} = k$.

ג. (1). הוכח: $S_{\Delta ABE} = \frac{24}{k^2}$.

(2). הבע באמצעות k את שטח המשולש ΔADC .

נתון: $AC \parallel DF$, 90 סמ"ר = S_{FBCD}

ה. מצא את k .

כתב: לי אשר

א. הוכחה.

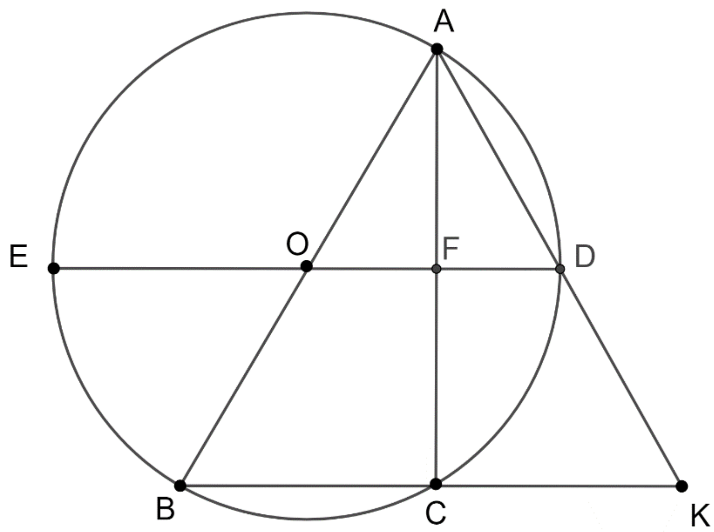
ב. הוכחה.

ג. (1). הוכחה.

(2). $24 + \frac{24}{k}$.

ד. $k = 2$.

(11



הקטעים AB ו- DE הם קטרים במעגל שמרכזו בנקודה O.

C ו- D נקודות על המעגל כך שהמשכי הקטע AD ו- BC נפגשים בנקודה K (ראה ציור).

נתון: $ED \perp AC$.

א. הוכח: $AK = 2 \cdot DK$.

נתון: $BC = EO$.

ב. הוכח: $AB = AK = BK$.

נתון: $EO = 8$ ס"מ.

ג. חשב את היקף המרובע $EBCD$.

ד. הוכח: $AC = BD$.

כתב: לי אשר

תשובות:

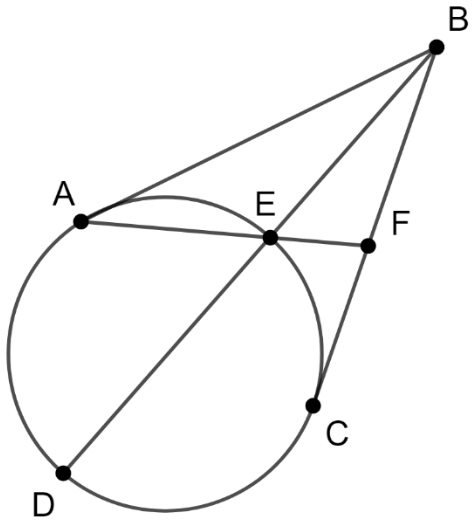
א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. 40 ס"מ.

ד. הוכחה.

12)



DE קוטר במעגל שלפניך.

הנקודה B נמצאת על המשך הקוטר DE

כך שהקטעים AB ו- CB משיקים למעגל

בנקודות A ו- C בהתאמה.

א. הוכח : $\frac{AB}{BF} = \frac{AE}{EF}$

ב. הוכח: $\frac{BF}{AB} = \frac{S_{\Delta EBF}}{S_{\Delta ABE}}$

נתון: $AB = 2CF$.

ג. (1). הוכח כי הנקודה E היא נקודת מפגש תיכונים

במשולש ΔABC .

(2). חשב את היחס בין שטח המשולש ΔABF

לבין שטח המשולש ΔEBF .

כתב: לי אשר

א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. (1). הוכחה.

(2). $3:1$.