כתב : לי אשר

מבחן 1

הוראות לנבחן:

- בבחינה 5 שאלות בנושאים:

גאומטריה - שתי שאלות (שאלות 1,2).

טריגונומטריה – שאלה אחת (שאלה 3) .

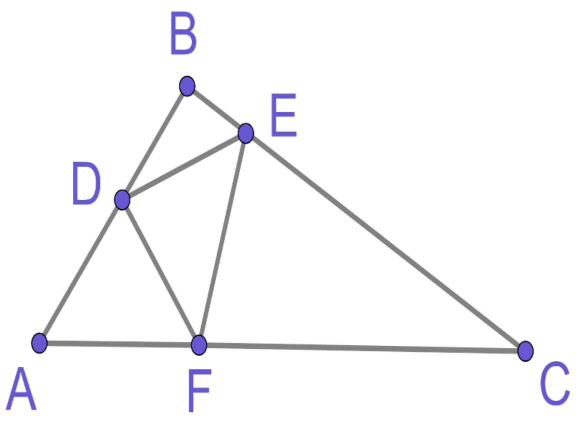
חשבון דיפרנציאלי של פונקציית פולינום, מנה ושורש - שתי שאלות (שאלות 4,5) .

<u>עליך לבחור 4 שאלות בלבד !</u>

- משך הבחינה- 160 דקות.

בהצלחה!

<u>פרק ראשון : גאומטריה וטריגונומטריה במישור</u>



1. הנקודות D , E ו- F נמצאות על הצלעות AB , BC ו- AC של משולש ABC בהתאמה, כך שנוצר דלתון $CEDF$.

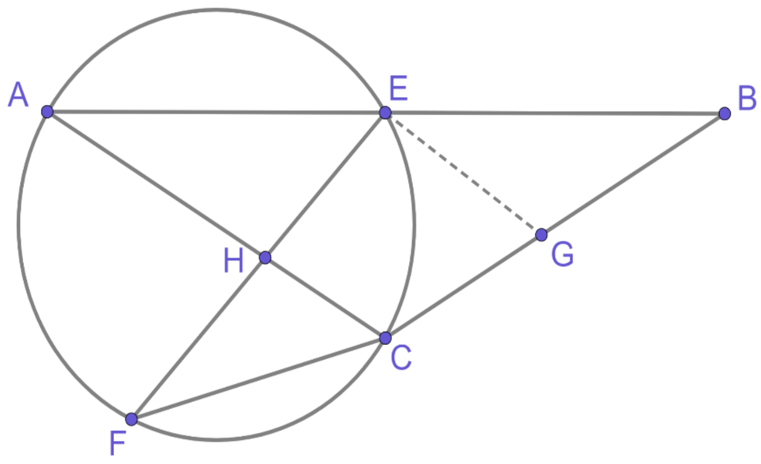
א. הוכח: $BC \cdot AD = AC \cdot BD$.

אלכסוני הדלתון $CEDF$ נחתכים בנקודה G .

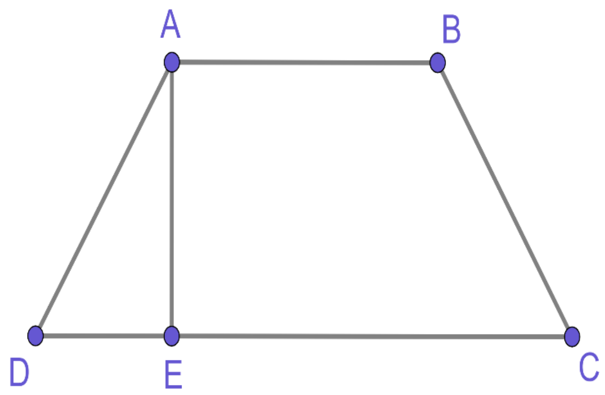
נתון: $\frac{3EG}{2AD} = \frac{GF}{BD}$.

ב. חשב את היחס $\frac{BC}{AC}$.

ג. הוכח: $EC = 2AF - 3BE$.



3. AC קוטר במעגל שרדיוסו R . המיתר FE
חותך את הקוטר AC נקודה H .
הנקודה B נמצאת על המשך המיתר AE.
נתון : $\sphericalangle EFC = \sphericalangle ABC$.
א. הוכח : $AE = EB$.
נתון: $\sphericalangle EFC = 30°$.
ב. הבע באמצעות R את שטח המשולש ΔACB .
הנקודה G נמצאת על הקטע BC כך ש:
$EG = 4$, $EG \parallel AC$.
ג. חשב את שטח המשולש ΔACB .



3. לפניך טרפז שווה שוקיים $ABCD$ $(AD = BC)$ שהיקפו $10a$.
E נקודה על הבסיס DC כך ש: $AE \perp DC$.
נתון בנוסף : $AD = 2a$, $\sphericalangle ADE = \beta$.
א. הוכח : $AB = a(3 - 2\cos\beta)$.
ב. נתון : $AB = AD$.
חשב את זוויות הטרפז $ABCD$.
ג. נתון: $S_{\Delta DAB} = 16\sqrt{3}$.
מצא את אורכי צלעות הטרפז $ABCD$.

<u>פרק שני : חשבון דיפרנציאלי של פונקציית פולינום, מנה ושורש</u>

3. תונה הפונקציה : $f(x) = 4\sqrt{x} - ax$, a פרמטר .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

נתון: המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$ מקביל לציר ה- x .

ב. מצא את a .

ג. (1). מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(2). מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וסוגן.

(3). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4). שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{f(x)}{m}$. מצא מהו ערכו של m עבורו הישר $y = 4$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ ($m > 0$) .

4. נתונות שתי הפונקציות : $f(x) = \frac{1}{x^2} - a$ ו- $g(x) = \frac{4x-4}{ax}$, a פרמטר טבעי.

א. (1). מצא את תחום ההגדרה של שתי הפונקציות.

(2). הבע באמצעות a במידת הצורך את האסימפטוטות המקבילות לצירים של שתי הפונקציות.

נתון: המרחק בין האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$ ובין האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$ הוא 5 יחידות.

ב. מצא את a (מצא את כל האפשרויות) .

נתון: $a = 1$.

ג. (1). מצא את האסימפטוטות המקבילות לציר ה- x של שתי הפונקציות.

(2). מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות וסוגן (אם יש).

(3). מצא את שיעורי נקודות החיתוך של שתי הפונקציות עם הצירים (אם יש).

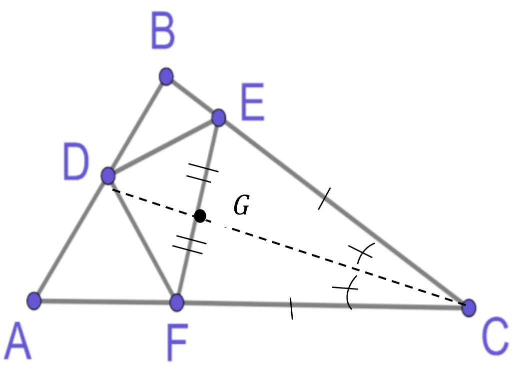
ד. מצא את שיעורי <u>הנקודות המשותפות</u> של שתי הפונקציות וסוגן.

ה. שרטט סקיצה של שתי הפונקציות.

כתב: לי אשר

מבחן 1 – פתרונות מלאים

תרגיל 1



הנקודות D , E ו- F נמצאות על הצלעות AB , BC ו- AC של משולש ABC בהתאמה, כך שנוצר דלתון $CEDF$.

א. הוכח: $BC \cdot AD = AC \cdot BD$.

אלכסוני הדלתון $CEDF$ נחתכים בנקודה G .

נתון: $\frac{3EG}{2AD} = \frac{GF}{BD}$.

ב. חשב את היחס $\frac{BC}{AC}$.

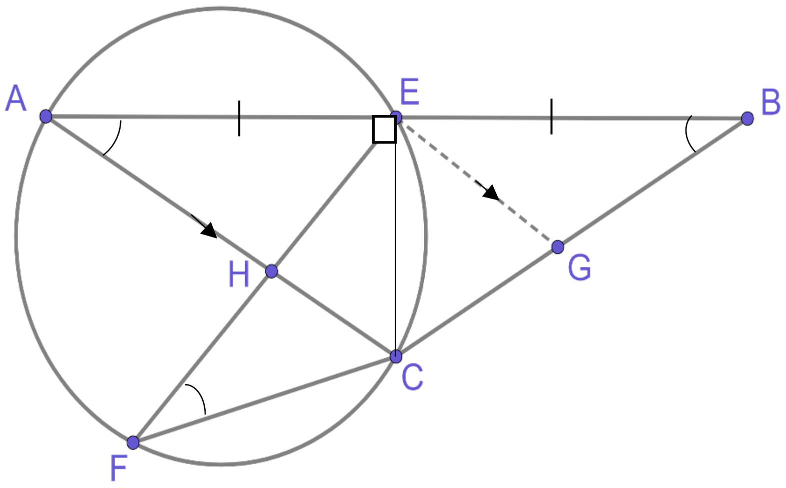
ג. הוכח: $EC = 2AF - 3BE$.

	טענה	נימוק
(1)	$DECF$ דלתון	נתון
(2)	DC בניית עזר	
(3)	$\sphericalangle ECD = \sphericalangle FCD$	בדלתון האלכסון הראשי חוצה זווית (לפי (1)).
(4)	$\frac{BC}{AC} = \frac{BD}{AD}$	משפט חוצה זווית במשולש ACB
(5)	$BC \cdot AD = BD \cdot AC$	כפל בהצלבה + מש"ל א'

נימוק	טענה	
בדלתון האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני (לפי (1)) .	$GF = EG$	(6)
נתון	$\frac{GF}{BD} = \frac{3EG}{2AD}$	(7)
לפי (6)	$\frac{GF}{BD} = \frac{3GF}{2AD}$	(8)
חישוב	$2AD = 3BD \quad / : 3AD$	(9)
חישוב	$\frac{BD}{AD} = \frac{2}{3}$	(10)
כלל המעבר לפי (4) , (10) + מש"ל ב'	$\frac{BC}{AC} = \frac{2}{3}$	(11)
בדלתון שני זוגות של צלעות סמוכות שוות (לפי (1)).	$EC = FC$	(12)
חיבור קטעים	$BC = EC + BE$	(13)
חיבור קטעים	$AC = FC + AF$	(14)
לפי (12).	$AC = EC + AF$	(15)
לפי (11) , (13), (15)	$\frac{BE+EC}{AF+EC} = \frac{2}{3}$	(16)

נימוק	טענה	
כפל בהצלבה	$2AF+2EC=3BE+3EC$	(17)
חישוב + מש"ל ג'	$EC=2AF-3BE$	(18)

תרגיל 2



AC קוטר במעגל שרדיוסו R . המיתר FE

חותך את הקוטר AC בנקודה H .

הנקודה B נמצאת על המשך המיתר AE .

נתון : $\sphericalangle EFC = \sphericalangle ABC$.

א. הוכח : $AE = EB$.

נתון: $\sphericalangle EFC = 30°$.

ב. הבע באמצעות R את שטח המשולש

ΔACB .

הנקודה G נמצאת על הקטע BC כך ש:

$EG \parallel AC$, $EG = 4$.

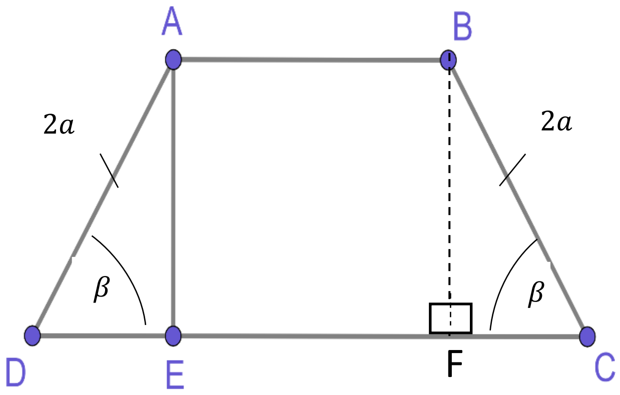
ג. חשב את שטח המשולש ΔACB .

	טענה	נימוק
(1)	AC קוטר	נתון
	בניית עזר EC ↓	
(2)	$\sphericalangle AEC = 90°$	זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה
(3)	$\sphericalangle EFC = \sphericalangle CAE$	זוויות היקפיות הנשענות על קשתות שוות , שוות בגודלן

	טענה	נימוק
(4)	$\sphericalangle EFC = \sphericalangle ABC$	נתון
(5)	$\sphericalangle CAE = \sphericalangle ABC$	כלל המעבר לפי (3) , (4)
(6)	ΔCAE שווה שוקיים	אם במשולש זוג זוויות שווה , אזי המשולש שווה שוקיים
(7)	$AE = EB$	במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון + לפי (2) + מש"ל א'
(8)	$AC = 2R$	לפי (1)
(9)	$\sphericalangle EFC = \sphericalangle CAB = 30°$	נתון + לפי (3)
(10)	$CE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 2R = R$	אם במשולש ישר זווית, זווית שגודלה $30°$, הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר + הצבה לפי (8) + חישוב
(11)	$AE^2 + CE^2 = AC^2$ $AE^2 + R^2 = (2R)^2$ $AE^2 + R^2 = 4R^2$ $AE^2 = 3R^2 \quad / \sqrt{}$ $AE = \sqrt{3}R$	משפט פיתגורס במשולש ΔAEC + הצבה לפי (8), (10) + חישוב

טענה		נימוק
(12)	$AE = EB = \sqrt{3}R$	לפי (7)
	$\downarrow$	
(13)	$AB = AE + EB = \sqrt{3}R + \sqrt{3}R = 2\sqrt{3}R$	חיבור קטעים + הצבה + חישוב
(14)	$S_{\Delta ACB} = \frac{CE \cdot AB}{2} = \frac{R \cdot 2\sqrt{3}R}{2} = \sqrt{3}R^2$	נוסחה לחישוב שטח משולש + הצבה לפי (10) , (13) + חישוב
ג		
(15)	$EG \parallel AC$	נתון
	$\downarrow$	
(16)	EG קטע אמצעים במשולש ΔACB	ישר החוצה צלע אחת במשולש , ומקביל לצלע אחרת, הוא קטע אמצעים + לפי (7)
(17)	$EG = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 2R = R$	קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה + הצבה לפי (8) + חישוב
(18)	$EG = 4$	נתון
	$\downarrow$	
(19)	$R = 4$	כלל המעבר לפי (17) , (18)
	$\downarrow$	
(20)	$S_{\Delta ACB} = \sqrt{3} \cdot 4^2 = 16\sqrt{3}$	הצבה לפי (14) + חישוב + מש"ל

תרגיל 3



לפניך טרפז שווה שוקיים $ABCD$ $(AD = BC)$ שהיקפו $10a$.

E נקודה על הבסיס DC כך ש: $AE \perp DC$.

נתון בנוסף : $AD = 2a$, $\sphericalangle ADE = \beta$.

א. הוכח : $AB = a(3 - 2\cos\beta)$.

ב. נתון : $AB = AD$.

חשב את זוויות הטרפז $ABCD$.

ג. נתון: $S_{\Delta DAB} = 16\sqrt{3}$.

מצא את אורכי צלעות הטרפז $ABCD$.

א.

$$P_{ABCD} = AD + BC + AB + DC = 2a + 2a + AB + DC$$
$$= 4a + AB + DC = 10a$$

$\downarrow$

$$AB + DC = 6a$$

BF בניית עזר BF כך ש: $BF \perp DC$ $\longrightarrow$ $\sphericalangle BFE = \sphericalangle AEF = \sphericalangle EAB = 90°$

$\downarrow$

$ABCD$ מלבן (מרובע בעל שלוש זוויות ישרות הוא מלבן)

$\downarrow$

$AE = BF$, $\sphericalangle AED = \sphericalangle BFC = 90°$, $\sphericalangle DAE = \sphericalangle CBF = 90° - \sphericalangle ADE$

(צלעות נגדיות שוות במלבן)

$\downarrow$

$\Delta AED \cong \Delta BFC$ לפי משפט חפיפה ז.צ.ז

$DE = FC$ צלעות שוות בהתאמה במשולשים חופפים

$\underline{\Delta AED}$: $\cos\beta = \frac{DE}{AD} \longrightarrow \cos\beta = \frac{DE}{2a}$

$$DE = 2a\cos\beta$$

$$FC = 2acos\beta$$

$AB = EF$ (במלבן שני זוגות של צלעות נגדיות שוות)

$$AB + DC = 6a$$

$$\downarrow$$

$$AB + \overbrace{DE + FC + EF} = 6a$$

$$2AB + 4a\cos\beta = 6a$$

$$2AB = 6a - 4a\cos\beta \quad / : 2$$

$$AB = 3a - 2a\cos\beta$$

$$\boxed{AB = a(3 - 2\cos\beta)}$$

ב . $AB = a(3 - 2\cos\beta)$, $AD = 2a$

$$\downarrow$$

$$a(3 - 2\cos\beta) = 2a \quad / :a$$

$$3 - 2\cos\beta = 2$$

$$2\cos\beta = 1$$

$$\cos\beta = \frac{1}{2}$$

$$\beta = 60°$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\sphericalangle ADC = \sphericalangle BCD = 60° , \sphericalangle ABC = \sphericalangle DAB = 180° - 60° = 120°}$$

ג.

$$S_{\Delta DAB} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AB \cdot \sin \sphericalangle BAD$$

$$AD = 2a \,, AB = 2a \;\;, \sphericalangle BAD = 120°$$

$$\downarrow$$

$$S_{\Delta DAB} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \sin 120° = \sqrt{3}a^2$$

$$\sqrt{3}a^2 = 16\sqrt{3} \longrightarrow a^2 = 16 \longrightarrow a = 4 \qquad (a > 0)$$

$$AD = AB = BC = 2a = 8$$

$$DC = DE + FC + EF = 2a \cos 60° + 2a \cos 60° + a(3 - 2\cos 60°) = 4a = 16$$

<u>תרגיל 4</u>

נתונה הפונקציה : $f(x) = 4\sqrt{x} - ax$, a פרמטר .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

נתון: המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$ מקביל לציר ה- x .

ב. מצא את a .

ג. (1). מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(2). מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וסוגן.

(3). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4). שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{f(x)}{m}$. מצא מהו ערכו של m עבורו הישר $y = 4$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ ($m > 0$) .

א. תחום הגדרה : $\sqrt{x} \geq 0$ $\longrightarrow$ $\boxed{x \geq 0}$

ב. ישר המקביל לציר ה- x – שיפועו 0 , ולכן ערך נגזרת הפונקציה בנקודת השקה הוא 0 .

$$f'(1) = 0$$

$$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{x}} - a$$

$$f'(1) = \frac{4}{2\sqrt{1}} - a = 0 \longrightarrow 2 - a = 0 \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

ג. (1). חיתוך עם ציר x :

$4\sqrt{x}-2x=0$

$4\sqrt{x}=2x \quad / \ (\ )^2$

$16x=4x^2$

$4x^2-16x=0 \longrightarrow x=0 \ , \ x=4 \longrightarrow \boxed{(0,0) \ , \ (4,0)}$

חיתוך עם ציר ה- y :

$f(0)=4\sqrt{0}-2\cdot 0=0$

$\boxed{(0,0)}$

(2) .

$f'(x)=\frac{4}{2\sqrt{x}}-2 \quad / \quad 2\sqrt{x}$ מ"מ

$f'(x)=\dfrac{4-4\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

$4-4\sqrt{x}=0$

$4\sqrt{x}=4 \quad / \ (\ )^2$

$16x=16 \longrightarrow x=1$ נקודה חשודה לקיצון

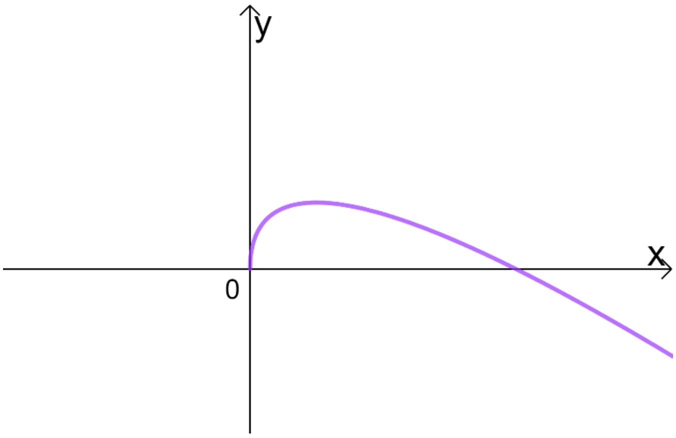
x	0	0.5	1	3
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$	min בקצה	$\nearrow$	max	$\searrow$

שיעורי נקודות הקיצון : $\boxed{(1,2) \text{ מקסימום }, \ (0,0) \text{ מינימום בקצה}}$ $\longleftarrow$ $f(0)=0 \ , \ f(1)=2$

(3) . ניעזר בטבלה (מסעיף ב(2)) בכדי למצוא את תחומי העלייה והירידה :

עלייה : $0<x<1$ ירידה : $x>1$.

(4). גרף הפונקציה $f(x)$:



ד. גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל ממתיחה / כיווץ <u>אנכי</u> של גרף הפונקציה $g(x)$:

כאשר $\mathbf{0 < m < 1}$: גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל ממתיחה אנכית של גרף הפונקציה $g(x)$ כך <u>שערכי</u> ה- y של הפונקציה <u>גדלים</u> פי $\frac{1}{m}$. שיעורי ה- x של נקודות הקיצון וסוגן לא משתנים.

כאשר $\mathbf{m > 1}$: גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל מכיווץ אנכי של גרף הפונקציה $g(x)$ כך <u>שערכי</u> ה- y של הפונקציה <u>קטנים</u> פי m . שיעורי ה- x של נקודות הקיצון וסוגן לא משתנים.

בכדי שהישר $y = 4$ (ששיפועו 0) ישיק לגרף הפונקציה $g(x)$, ערך ה- y של נקודת המקסימום של הפונקציה צריך להיות 4 (בנקודת המקסימום ערך נגזרת הפונקציה הוא 0).

↓

ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום הוא 2 , ובכדי שערך הפונקציה $g(x)$ בנקודת המקסימום יהיה 4 , יש להגדיל פי 2 את ערכי הפונקציה $f(x)$ כלומר : $m = \frac{1}{2}$ ⟵ $g(x) = \frac{f(x)}{\frac{1}{2}} = 2f(x)$

<u>תרגיל 5</u>

נתונות שתי הפונקציות : $f(x)=\frac{1}{x^2}-a$ ו- $g(x)=\frac{4x-4}{ax}$, a פרמטר טבעי.

א. (1). מצא את תחום ההגדרה של שתי הפונקציות.

(2). הבע באמצעות a במידת הצורך את האסימפטוטות המקבילות לצירים של שתי הפונקציות.

נתון: המרחק בין האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$ ובין האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$ הוא 5 יחידות.

ב. מצא את a (מצא את כל האפשרויות) .

נתון: $a=1$.

ג. (1). מצא את האסימפטוטות המקבילות לציר ה- x של שתי הפונקציות.

(2). מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות וסוגן (אם יש).

(3). מצא את שיעורי נקודות החיתוך של שתי הפונקציות עם הצירים (אם יש).

ד. מצא את שיעורי <u>הנקודות המשותפות</u> של שתי הפונקציות וסוגן.

ה. שרטט סקיצה של שתי הפונקציות.

א. (1). תחום הגדרה :

$f(x)$: $x^2\neq 0 \longrightarrow x\neq 0$

$g(x)$: $ax\neq 0 \longrightarrow x\neq 0$

(2). לפי תחום ההגדרה של שתי הפונקציות ,הישר $\boxed{x=0}$ הוא אסימפטוטה אנכית של שתי הפונקציות .

אסימפטוטה אופקית :

$f(x)$: (לאחר מכנה משותף) $g(x)=\frac{1}{x^2}-a=\frac{1-ax^2}{x^2}$

$\boxed{y=-a}$ $\quad x\to\pm\infty \quad y\to-\frac{ax^2}{x^2}\to -a$

מעלת החזקה הגבוהה זהה במונה ובמכנה

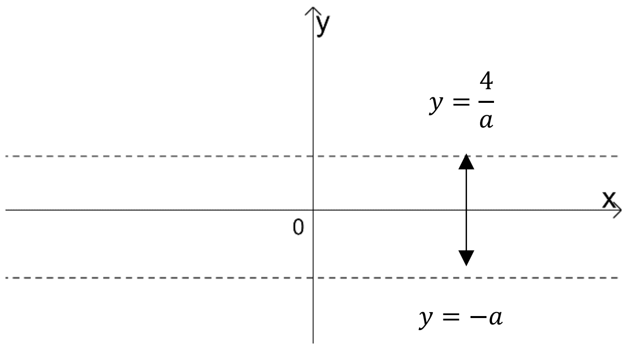
$g(x)$: $\boxed{y = \frac{4}{a}}$ $x \to \pm\infty \quad y \to \frac{4x}{ax} \to \frac{4}{a}$

מעלת החזקה הגבוהה זהה במונה ובמכנה

ב . $\frac{4}{a} + a = 5$

(יש לשים לב שהמרחק בין האסימפטוטה

$y = -a$ לבין ציר ה- x הוא a יחידות) .



לאחר מכנה משותף נקבל :

$4 + a^2 = 5a$

$a^2 - 5a + 4 = 0$

$\boxed{a = 1}$ $\boxed{a = 4}$

ג . (1).   נציב $a = 1$ נקבל :

האסימפטוטה האופקית של $f(x)$: $y = -a = -1$

האסימפטוטה האופקית של $g(x)$: $y = \frac{4}{a} = \frac{4}{1} = 4$.

(2).   מציאת נקודות הקיצון של $f(x)$ (אם יש) :

$f'(x) = \frac{0-2x}{x^4} = \frac{-2x}{x^4} \longrightarrow$ $\cancel{\boxed{x = 0}}$ נפסל לפי תחום ההגדרה

לפונקציה **<u>אין</u>** נקודות קיצון

לצורך הסעיף האחרון (שרטוט סקיצה) נעשה טבלה במטרה לבדוק את תחומי העלייה והירידה:

x	-2	0	4
$f'(x)$	$+$		$-$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

מציאת נקודות הקיצון של $g(x)$ (אם יש) :

לפונקציה **אין** נקודות קיצון והיא עולה לכל x בתחום הגדרתה $g'(x)=\frac{4\cdot x-(4x-4)}{x^2}=\frac{4}{x^2}$

$\downarrow$

חיובי לכל $x\neq 0$

(3). $f(x)$: חיתוך עם ציר ה- x :

$\frac{1}{x^2}-1=0$

$\frac{1}{x^2}=1$

$x^2=1$

$\boxed{x=-1}$, $\boxed{x=1}$ $\boxed{(-1,0)\ ,\ (1,0)}$

חיתוך עם ציר y : אין (לפי תחום ההגדרה $x\neq 0$) .

$g(x)$: חיתוך עם ציר ה- x :

$\frac{4x-4}{x}=0 \longrightarrow 4x-4=0 \longrightarrow x=1$ $\boxed{(1,0)}$

חיתוך עם ציר y : אין (לפי תחום ההגדרה $x\neq 0$) .

ד. נשווה בין משוואות שתי הפונקציות בכדי למצוא את הנקודות המשותפות :

מ"מ : $\frac{4x-4}{x} = \frac{1}{x^2} - 1 \quad / \; x^2$

$x(4x-4) = 1 - x^2$

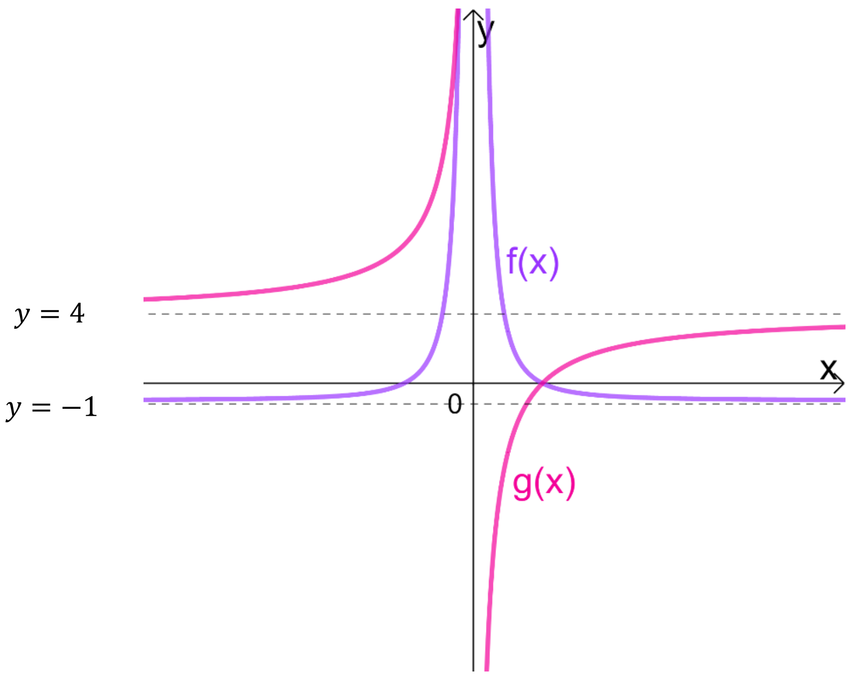
$4x^2 - 4x = 1 - x^2$

$5x^2 - 4x - 1 = 0$

$\boxed{x = -\frac{1}{5}}$ $\boxed{x = 1}$

$f(1) = 0\,,\; f\left(\frac{1}{5}\right) = 24 \longrightarrow \boxed{(1,0) \;\;,\;\; \left(-\frac{1}{5}, 24\right)}$

ה.



כתב : לי אשר

מבחן 1

<u>הוראות לנבחן:</u>

- בבחינה 5 שאלות בנושאים:

גאומטריה - שתי שאלות (שאלות 1,2).

טריגונומטריה – שאלה אחת (שאלה 3) .

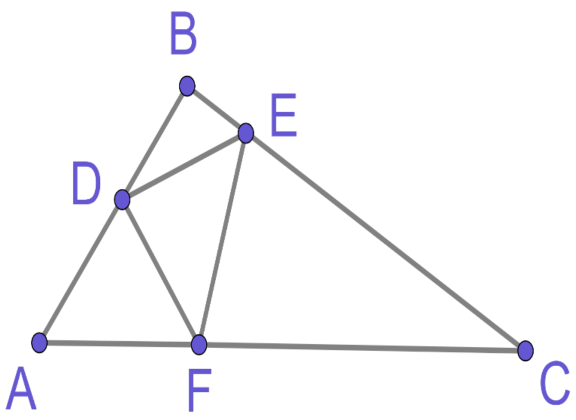
חשבון דיפרנציאלי של פונקציית פולינום, מנה ושורש - שתי שאלות (שאלות 4,5) .

<u>עליך לבחור 4 שאלות בלבד !</u>

- משך הבחינה- 160 דקות.

בהצלחה!

<u>פרק ראשון : גאומטריה וטריגונומטריה במישור</u>



1. הנקודות D , E ו- F נמצאות על הצלעות AB , BC ו- AC של משולש ABC בהתאמה, כך שנוצר דלתון $CEDF$.

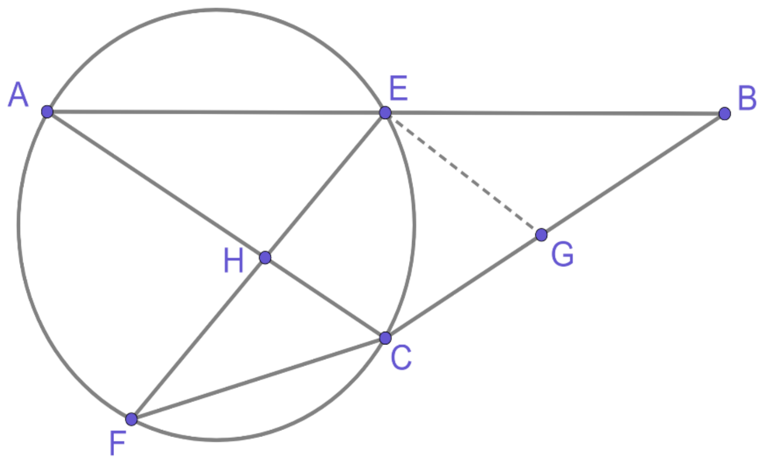
א. הוכח: $BC \cdot AD = AC \cdot BD$.

אלכסוני הדלתון $CEDF$ נחתכים בנקודה G .

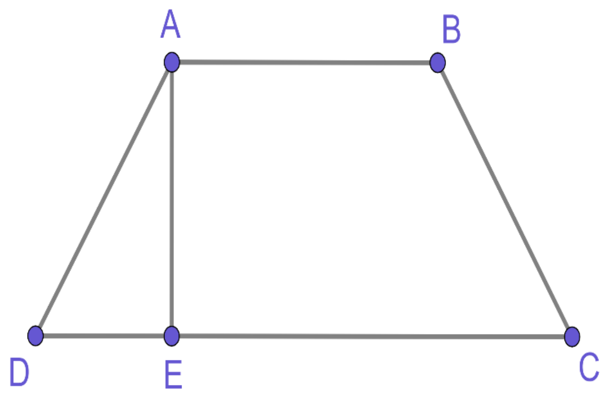
נתון: $\frac{GF}{BD} = \frac{3EG}{2AD}$.

ב. חשב את היחס $\frac{BC}{AC}$.

ג. הוכח: $EC = 2AF - 3BE$.



3. AC קוטר במעגל שרדיוסו R . המיתר FE
חותך את הקוטר AC נקודה H .
הנקודה B נמצאת על המשך המיתר AE.
נתון : $\sphericalangle EFC = \sphericalangle ABC$.
א. הוכח : $AE = EB$.
נתון: $\sphericalangle EFC = 30°$.
ב. הבע באמצעות R את שטח המשולש ΔACB .
הנקודה G נמצאת על הקטע BC כך ש:
$EG \parallel AC$, $EG = 4$.
ג. חשב את שטח המשולש ΔACB .



3. לפניך טרפז שווה שוקיים $ABCD$ $(AD = BC)$ שהיקפו $10a$.
E נקודה על הבסיס DC כך ש: $AE \perp DC$.
נתון בנוסף : $AD = 2a$, $\sphericalangle ADE = \beta$.
א. הוכח : $AB = a(3 - 2\cos\beta)$.
ב. נתון : $AB = AD$.
חשב את זוויות הטרפז $ABCD$.
ג. נתון: $S_{\Delta DAB} = 16\sqrt{3}$.
מצא את אורכי צלעות הטרפז $ABCD$.

<u>פרק שני : חשבון דיפרנציאלי של פונקציית פולינום, מנה ושורש</u>

3. תונה הפונקציה : $f(x)=4\sqrt{x}-ax$, a פרמטר .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

נתון: המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ מקביל לציר ה- x .

ב. מצא את a .

ג. (1). מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(2). מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וסוגן.

(3). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4). שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{f(x)}{m}$. מצא מהו ערכו של m עבורו הישר $y=4$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ ($m>0$) .

4. נתונות שתי הפונקציות : $f(x)=\frac{1}{x^2}-a$ ו- $g(x)=\frac{4x-4}{ax}$, a פרמטר טבעי.

א. (1). מצא את תחום ההגדרה של שתי הפונקציות.

(2). הבע באמצעות a במידת הצורך את האסימפטוטות המקבילות לצירים של שתי הפונקציות.

נתון: המרחק בין האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$ ובין האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$ הוא 5 יחידות.

ב. מצא את a (מצא את כל האפשרויות) .

נתון: $a=1$.

ג. (1). מצא את האסימפטוטות המקבילות לציר ה- x של שתי הפונקציות.

(2). מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות וסוגן (אם יש).

(3). מצא את שיעורי נקודות החיתוך של שתי הפונקציות עם הצירים (אם יש).

ד. מצא את שיעורי <u>הנקודות המשותפות</u> של שתי הפונקציות וסוגן.

ה. שרטט סקיצה של שתי הפונקציות.