

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגוריתמיות.

$$\text{פרק ראשון-ענה על שתי שאלות: } 66\frac{2}{3} = 33\frac{1}{3} \times 2$$

$$\text{פרק שני-ענה על שאלה אחת: } 33\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3} \times 1$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1). מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרויות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2). דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1). אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2). התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזר

המחשבון.

הסבר כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ונבחנים כאחד.

בהצלחה!

פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים.

ענה על שתיים מהשאלות 1-3

(1) נתון מעגל המשיק לצירים ומרכזו ברביע I – מעבירים ישר l_1 החותך את המעגל בנקודות A ו-B. נתון כי אורך המיתר AB שמתקבל הוא 8 (AB אינו קוטר). נסמן את אורך הרדיוס של המעגל הנתון ב- R .

א. הבע באמצעות R את משוואת המקום הגיאומטרי של כל הנקודות המייצגות את אמצע המיתר AB.

דרך הנקודה $C\left(-\frac{R}{2}, 0\right)$ מעבירים ישר l_2 המשיק למקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א' בנקודה D.

נתון: $CD = 8.5$.

ב. חשב את R .

נתון: שיפוע הישר l_2 גדול מ-1.

ג. מצא את משוואת הישר l_2 .

כתב: חננאל כהן



[הפתרון המלא ביוטיוב](#)

(2) במשולש ABC, גובה המשולש לצלע AB הוא CD.

נסמן $\vec{AD} = t \cdot \vec{AB}$, $\vec{CB} = \underline{v}$, $\vec{CA} = \underline{u}$.

נתון: $|\vec{CB}| = 2$, $|\vec{CA}| = 1$, $\cos \angle ACB = \frac{3}{4}$.

א. חשב את הערך של t בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסרטוט יתאים לערך של t שחישבת בסעיף א'.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל- C).

נתון גם: $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{5}$. נסמן: $\vec{CD} = \underline{h}$.

הבע את \vec{AE} באמצעות \underline{u} ו- \underline{h} בלבד.

(3) הנקודות A ו-B במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים
 $z_1 = 16(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ ו- $z_2 = 2(\cos \beta + i \sin \beta)$. $\alpha < \beta$

נתון: $AO \perp BO$, נקודה O היא ראשית הצירים.

(א) חשב את היחס $\frac{z_1}{z_2}$ והסבר מדוע יחס זה הוא מדומה טהור.

נתונה המשוואה $w^3 = \frac{z_1}{z_2}$ כאשר w הוא מספר מרוכב.

הנקודות E, D, C במישור גאוס מייצגות בהתאמה את פתרונות המשוואה הנתונה:

כאשר w_E, w_D, w_C $arg(w_C) < arg(w_D) < arg(w_E)$.

(ב) מצא את שיעורי הנקודות E, D, C .

ענה על סעיף ג בעבור $0^\circ < \alpha < 90^\circ$:

נתון כי שטח המרובע ACDE הוא $18\sqrt{3}$.

(ג) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B .

כתב: חננאל כהן

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגוריתמיות.

ענה על אחת מהשאלות 4-5

4 נתונה הפונקציה $f(x) = e^x(e^x - m)^2$ המוגדרת לכל x . $m > 0$ הוא פרמטר.

הפונקציה $f(x)$ חיובית לכל $x \neq \ln(2m^2 - 15)$.

א) מצא את m .

הצב את הערך m שמצאת בסעיף א בפונקציה $f(x)$ וענה על סעיף ב:

ב) (1) מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(3) חשב את $f(\ln(4))$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ והישר $y = 4$. תוכל להשאיר \ln בתשובתך.

נתונה הפונקציה $G(x) = f(x) + c$ (c הוא פרמטר). הפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר ה- x בשתי נקודות בלבד.

נסמן ב- $G(x)$ את הפונקציה הקדומה של הפונקציה $g(x)$.

ד) (1) מצא את c . נמק את תשובתך.

(2) קבע כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $G(x)$ ורשום את ערך ה- x שלהן. נמק את קביעתך.

כתב: חננאל כהן

[הפתרון המלא ביוטיוב](#)

(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \ln\left(ax + \frac{1}{ax}\right)$, a הוא פרמטר שלילי. ענה על סעיף א - הבע

את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך:

(א) (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אחת בלבד. מצא את משוואתה.

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{a^2x^2-1}{x(a^2x^2+1)}$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה

$f(x)$.

(ב) (1) היעזר בסעיפים קודמים וללא חישוב הבע באמצעות a את תחומי החיוביות

והשליליות של הפונקציה $g(x)$. נמק את תשובתך.

נתון: a הוא מספר שלם.

(2) הבע באמצעות a את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$

ציר ה- x והישר $x = a$.

נתונה הפונקציה $h(x) = f\left(x - \frac{1}{5}\right)$. ידוע כי פונקציית $h'(x)$ הנגזרת עוברת דרך

ראשית הצירים.

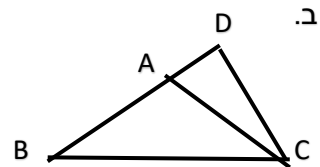
(ג) חשב את a . פרט את חישוביך.

כתב: חננאל כהן

תשובות מתכונת 1:

1 א. $(x - R)^2 + (y - R)^2 = R^2 - 16$. ב. $R = 5$. ב. $l_2: y = 1\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{3}$

2 א. $t = \frac{1}{4}$.



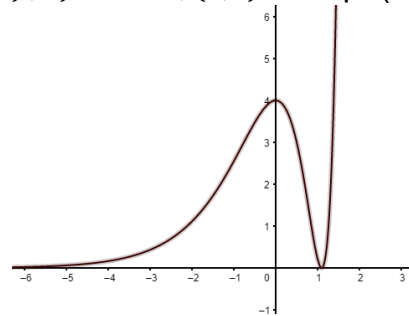
ג. $\vec{AE} = \frac{7}{8}\vec{u} - \frac{3}{2}\vec{h}$

3 א $z_1 = -8i$ (הסבר. ב) $E(\sqrt{3}, -1), D(-\sqrt{3}, -1), C(0, 2)$

ג) $A(8\sqrt{3}, 8), B(-1, \sqrt{3})$

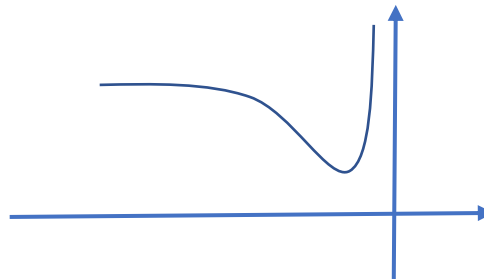
4 א $m = 3$ (ב) $(x \rightarrow -\infty)y = 0$

2) מקסימום $(0, 4)$, מינימום $(\ln(3), 0)$. $f(\ln(4)) = 4$ (3)



ג) $s = 4 \ln(4) - 3 = 2.545$ יח"ר . (ד) $c = -4$ (1) . (2) נקודת קיצון אחת שערך ה-x שלה הוא $\ln 4$.

5 א) (1) ת.ה. $x < 0$. (2) $x = 0$. (3) מינימום $(\frac{1}{a}, \ln 2)$.



א) (4)

ב) (1) ת.חיוביות: $\frac{1}{a} < x < 0$. ת.שליליות: $x < \frac{1}{a}$. (2) $s = \ln\left(\frac{a^4+1}{2a^2}\right)$

ג) $a = -5$

עורך: עובד לב ארי



המאגר הארצי במתמטיקה מתכונת 1 כתב: חננאל כהן