שאלה 1 :

שני הולכי רגל יצאו באותה שעה, האחד מ- A והשני מ- B . שניהם הלכו במהירויות קבועות זה לקראת זה, נפגשו בשעה 11:00 והמשיכו בדרכם. הולך הרגל הראשון הגיע בשעה 12:00 ל- B והולך הרגל השני הגיע ל- A בשעה 15:00 .

א. חשב את היחס בין המהירות של הולך הרגל הראשון לבין המהירות של הולך הרגל השני.

ב. באיזו שעה בבוקר יצאו שני הולכי הרגל?

ג. הולך הרגל הראשון (זה שיצא מ- A) הגיע ל- B ומייד החל לחזור ל- A .

באיזו שעה נפגשו בשנית שני הולכי הרגל?

הפתרון המלא ביוטיוב

שאלה 2 :

בסדרה הנדסית a_n יש $2n$ איברים. סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n קטן פי 64 מסכום n האיברים האחרונים בסדרה a_n . מנת הסדרה a_n היא 2 .

א. מצא את n ואת כמות האיברים בסדרה a_n .

יוצרים סדרה חדשה b_n שאיבריה : $(a_{2n})^2$, ... ,$(a_3)^2$,$(a_2)^2$, $(a_1)^2$.

ב. (1). האם הסדרה b_n הנדסית? נמק.

(2). נתון: $b_1 = 1$. מצא את סכום איברי הסדרה b_n .

ג. מגדירים סדרה חדשה : $c_n = b_n - a_n$ בעלת כמות איברים הזהה לכמות האיברים בסדרות a_n ו- b_n .

(1). חשב את סכום הסדרה c_n .

(2). חשב את ערך הביטוי:

$$2c_1 - b_1 + 2c_2 - b_2 + 2c_3 - b_3 + \ldots + 2c_{2n} - b_{2n}$$

<u>**שאלה 3 :**</u>

תלמדי כיתה ו'1 החליטו לבחור נציגים לכיתה באמצעות משחק הכולל שני שלבים:

בשלב הראשון אחד התלמידים בכיתה מטיל קוביית משחק הוגנת (המכילה את המספרים 1-6), 3 פעמים. אם סכום המספרים שיצא לתלמיד ב- 3 ההטלות הוא זוגי, התלמיד בוחר באקראי בן מהכיתה .

אם סכום המספרים שיצא לתלמיד ב-3 ההטלות הוא אי זוגי, התלמיד בוחר באקראי בת מהכיתה.

התלמיד שמטיל את הקובייה <u>לא נוטל חלק בשלב השני</u>-שלב בחירת התלמיד/ה.

א. מצא את ההסתברות שסכום המספרים לאחר 3 הטלות יהיה אי זוגי.

נתון כי בכיתה יש 20 בנות ו- 31 בנים עם <u>שמות שונים</u>.

בן מטיל את הקובייה ולאחר מכן בוחר תלמיד.

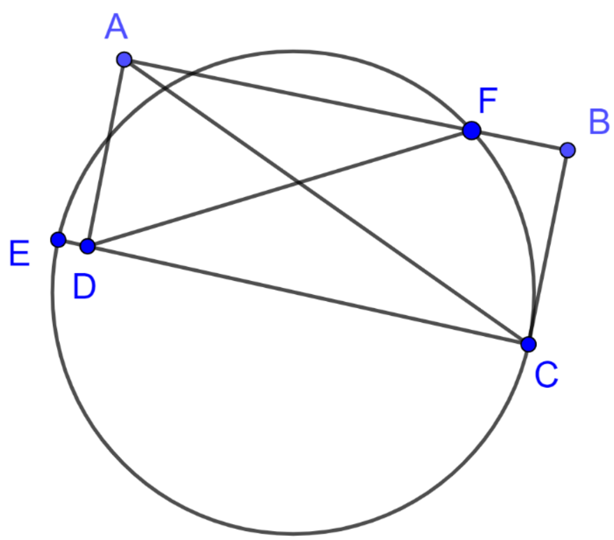
ב. מה ההסתברות שהתלמיד שביצע את ההטלה בחר בתלמידה יעל או בתלמיד גיא ?

אותו תלמיד (בן) חוזר על המשחק שלוש פעמים.

ידוע כי לפחות פעמיים יעל נבחרה.

ג. חשב את ההסתברות שיעל נבחרה 3 פעמים בדיוק.

שאלה 4 :



CE קוטר במעגל שלפניך. A ו- F נקודות על המעגל.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של המשך

AF עם המשיק למעגל בנקודה C .

מהנקודה A מורידים גובה AD לקוטר CE .

נתון : $AD = BC$.

א. הוכח: $ABCD$ מלבן .

ב. הוכח: $\sphericalangle DFC < 90°$.

ג. האם $\Delta DAF \sim \Delta ADC$? נמק.

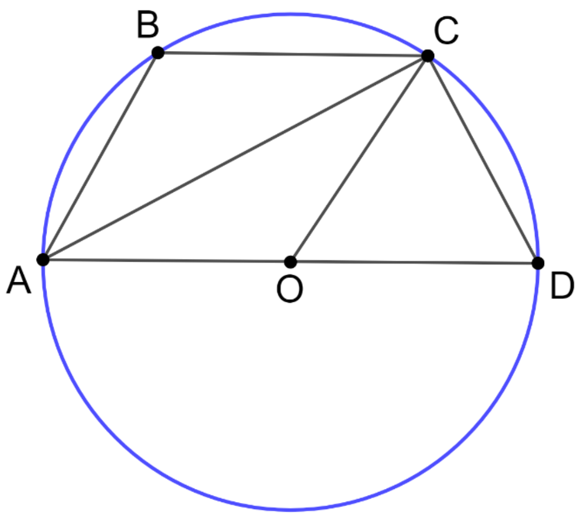
ד. הוכח: $AC^2 + AF^2 = DC^2 + DF^2$

ה. נתון: $AF = 4FB$, $AC = 5\sqrt{10}$, $DF = 13$.

חשב את היקף המלבן $ABCD$.

[הפתרון המלא ביוטיוב]

שאלה 5



מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R , חוסם את הטרפז $ABCD$.

AD הוא קוטר במעגל , $\measuredangle CDA = \alpha$.

א.(1). הוכח: $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ACD}} = -cos(2\alpha)$

(2). באיזה תחום נמצאת זווית α ? נמק.

ב. נתון כי היקף הטרפז הוא $5R$. חשב את α .

ג. נתון כי שטח הטרפז $ABCD$ שווה $12\sqrt{3}$ סמ

חשב את R .

[הפתרון המלא ביוטיוב]

שאלה 6:

נתונה הפונקציה : $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+8}}{x} + a$, a פרמטר .

הישר $y = -2$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר ה- x .

א. מצא את a (מצא את שתי אפשרויות).

נתון : $a < -1$.

ב. (1). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה .

(2). מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.

(3). מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש).

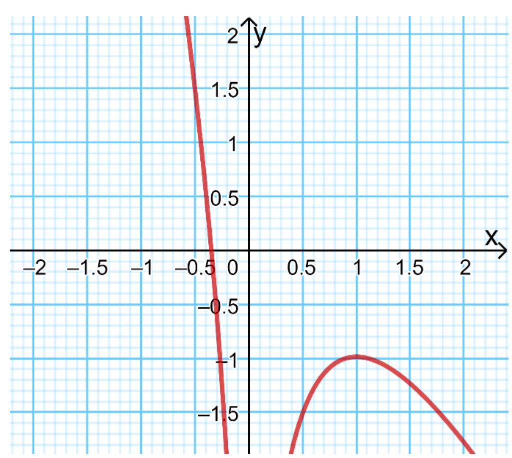
(4). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

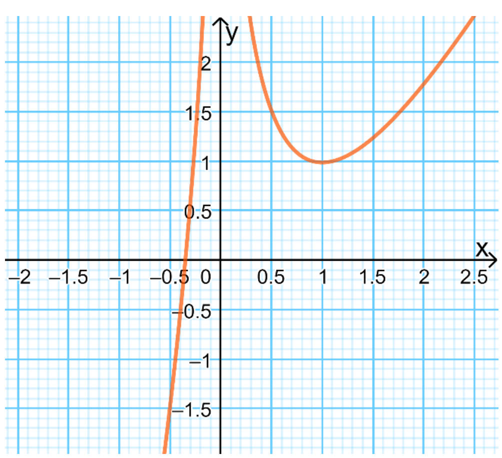
נתונה הפונקציה $g(x)$ המוגדרת לכל $x \neq 0$, המקיימת : $g'(x) = f(x)$.

ד. (1). כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$ ומאיזה סוג ?

(2). מבין הגרפים שלפניך, קבע איזה גרף מתאים לתאר את הפונקציה $g(x)$:



(I)

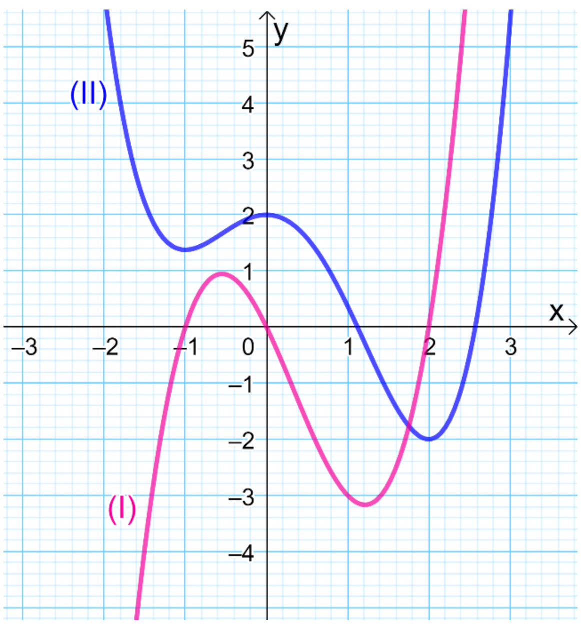


(II)

(3). היעזר בגרף שבחרת ומצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.

ה. נתון : $g\left(-\frac{7}{20}\right) = 0$. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

שאלה 7 :



לפניך גרף הנגזרת הראשונה $f'(x)$ וגרף הנגזרת השנייה $f''(x)$ המוגדרות לכל x ממשי.

א. מבין הגרפים שלפניך , קבע איזה גרף מתאר את $f'(x)$ ואיזה גרף מתאר את $f''(x)$.

ב. (1). מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (בקירוב).

(2). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (בקירוב).

ג. (1). כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$? נמק.

(2). מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה ∪ והקעירות כלפי מטה ∩ של הפונקציה $f(x)$.

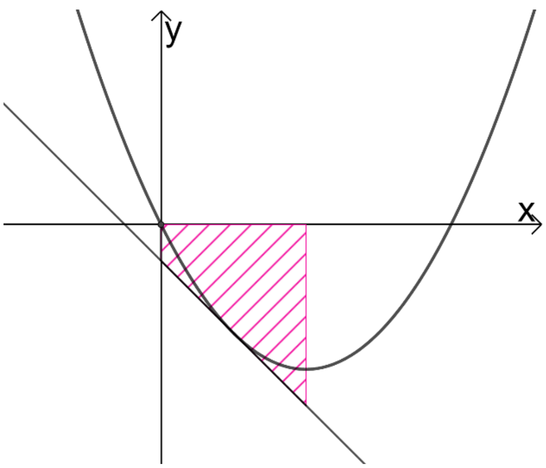
ד. נתון : $f'(x) = ax^4 - \frac{1}{2}x^3 - cx^2 + 2$.

היעזר בגרף הנתון ומצא את ערכי הפרמטרים a ו- c .

ה. (1). מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הנגזרת הראשונה $f'(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.

(2). חשב את השטח המוגבל ברביע הראשון בין גרף הנגזרת הראשונה $f'(x)$, המשיק לגרף הפונקציה $f'(x)$ בנקודה שבה $x = 1$ וציר ה- y .

שאלה 8 :



x_0 – שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$.

א. האם $f''(x_0) \neq 0$? אם כן, נמק. אם לא, תן דוגמה.

נתון: בנקודה x_0 לפונקציה $f(x)$ נקודת מינימום פנימית .

בנוסף, $f(x_0) < 0$.

ב. הוכח: $f''(x_0) \cdot f(x_0) < 0$.

מגדירים את הפונקציה : $k(x) = \frac{f'(x)}{2 \cdot f(x)}$.

ג. הוכח כי הפונקציה $k(x)$ יורדת בנקודה x_0 .

נתון: $f(x) = x^2 - 4x$.

ד. (1). מצא מאיזו נקודה בתחום השלילי של הפונקציה $f(x)$ יש להעביר משיק , כך ששטח הטרפז הנוצר בין המשיק, ציר ה- x , ציר ה- y והישר $x = 2$ יהיה מינימלי (ראה ציור).

(2). חשב את ערך הפונקציה $k(x)$ בנקודה שמצאת.

בהצלחה

תשובות:

1. א. 2:1

ב. 9:00

ג. 15:00

2. א. $n=6$, 12 איברים בסדרה.

ב. (1). כן.

(2). 5,592,405 .

ג. (1). 5,588,310 .

(2). 5,584,215.

3. א. $\frac{1}{2}$.

ב. $\frac{1}{24}$.

ג. $\frac{1}{118}$.

4. א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. לא.

ד. הוכחה.

ה. 40 ס"מ.

5. א. 1. הוכחה.

2. $45° < \alpha < 90°$.

ב. $\alpha = 60°$.

ג. $R = 4$ ס"מ .

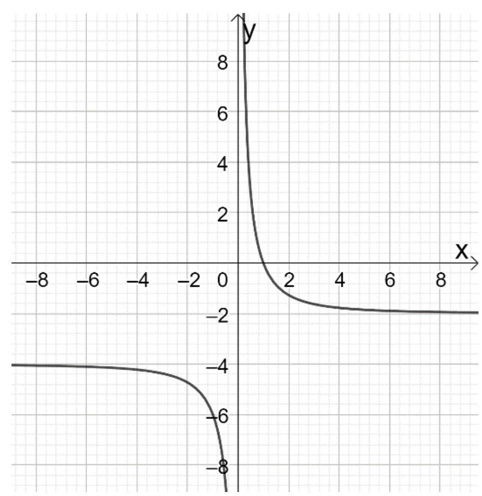
6. א. $a = -3$ או $a = -1$.

ב. (1). $x \neq 0$.

(2). $x = 0$, $y = -2$, $y = -4$.

(3). $(1,0)$.

(4). ירידה: $x < 0$, עליה: $x > 0$.



ד. (1). נקודת קיצון אחת מסוג מקסימום.

(2). גרף (I) .

(3). $y = -1$.

ה. חיוביות: $x > 1$ או $-\frac{7}{20} < x < 0$.

שליליות: $0 < x < 1$ או $x < -\frac{7}{20}$.

7. א. (I) - $f''(x)$.

(II) - $f'(x)$.

ב. (1). $x = 1.1$, $x = 2.6$.

(2). עליה: $x < 1.1$ או $x > 2.6$.

ירידה: $1.1 < x < 2.6$.

ג. (1). שלוש נקודות פיתול.

(2). קעירות כלפי מעלה $\cup$: $-1 < x < 0$ או $x > 2$.

קעירות כלפי מטה $\cap$: $0 < x < 2$ או $x < -1$.

ד. $a = \frac{3}{8}$, $c = 1\frac{1}{2}$.

ה. (1). $y = -3x + \frac{27}{8}$.

(2). $4\frac{17}{40}$ יח"ש.

8. א. כן. בנקודת מינימום $f''(x_0) > 0$ (קעורה כלפי מעלה) , ובנקודת מקסימום $f''(x_0) < 0$ (קעורה כלפי מטה).

ב. הוכחה.

ג. הוכחה.

ד. (1). $(1, -3)$.

(2). $k(1) = \frac{1}{3}$.