

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית, הסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
(3) יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

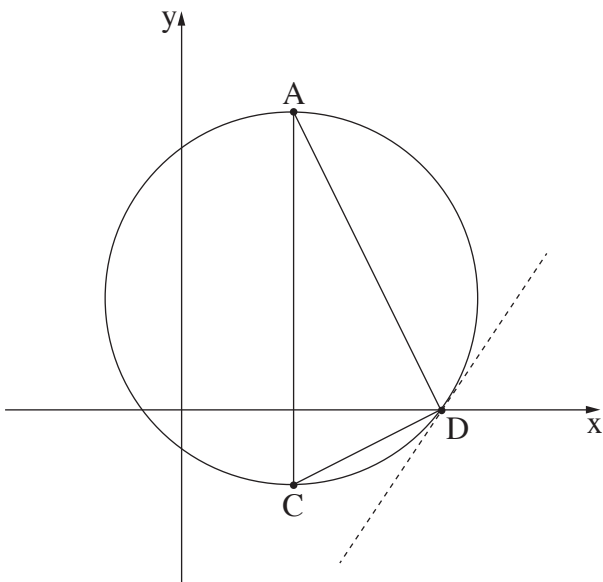
בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית, הסתברות

1. המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 65 ק"מ.
 דני יצא בשעה 8:00 מיישוב A ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
 יוסי יצא בשעה 9:00 מיישוב A ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
 מהירות הרכיבה של דני הייתה גדולה ב-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה של יוסי.
 כאשר הגיע דני ליישוב B, היה יוסי במרחק של 33 ק"מ מיישוב A.
 ידוע שדני הגיע ליישוב B לפני השעה 11:00.
א. מצאו את המהירות שבה רכב יוסי ואת המהירות שבה רכב דני.
ב. ברגע שהגיע דני ליישוב B, הקטיף יוסי את המהירות הרכיבה שלו ב-6 קמ"ש והמשיך לרכוב במהירות זו עד שהגיע ליישוב B.



2. המשולש ACD חסום במעגל.
 הנקודה D נמצאת על ציר ה- x .
 הצלע AC מאונכת לציר ה- x (ראו סרטוט).
 נתון: משוואת הישר AD היא $y = -2x + 14$,
 שיעור ה- y של הנקודה A הוא 8.
א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-D.
 נתון: $CD = \sqrt{20}$, הנקודה C נמצאת ברביע הרביעי.
ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.
 AC הוא קוטר במעגל.
ג. מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.
 העבירו משיק נוסף למעגל בנקודה A.
 המשיק למעגל בנקודה A והמשיק למעגל בנקודה D נחתכים בנקודה P.
ד. מצאו את שטח המרובע APDC.

3. בקופסה יש 6 כפתורים אדומים ו-5 כפתורים כחולים.

דנה משחקת בכפתורים:

היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה. אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה, ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה. לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים:

הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ועל הצד האחר כתובה האות B.

אם מתקבלת האות A, דנה מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה באופן המתואר בפתח.

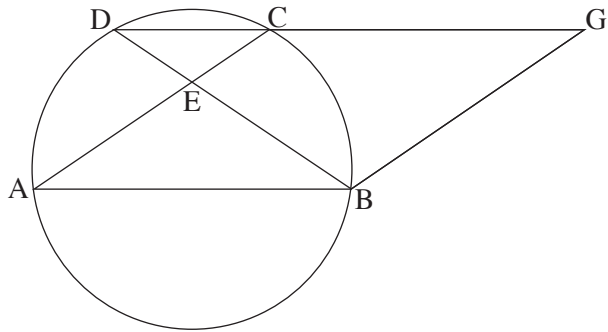
אם מתקבלת האות B, רותי מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה עם החזרה.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה?

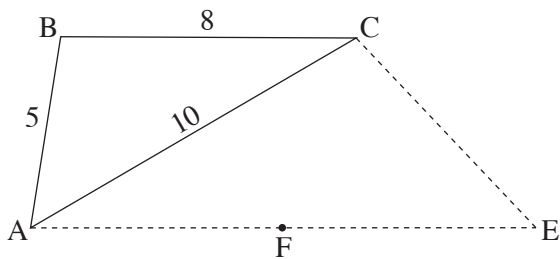
ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה.

מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. נתונה מקבילית $ABGC$.
 הקודקודים A, B ו- C נמצאים על מעגל.
 המשך הצלע GC חותך את המעגל בנקודה D .
 המיתרים AC ו- DB נחתכים בנקודה E (ראו סרטוט).
 א. הוכיחו כי המשולש DBG הוא שווה שוקיים.
 ב. הוכיחו: $\triangle AEB \sim \triangle DBG$.
 נתון: שטח המשולש DBG גדול פי 2.25 משטח המשולש AEB .
 ג. מצאו את היחס $\frac{DC}{AB}$.
 נתון: שטח המשולש DEC הוא 7.
 ד. מצאו את שטח המרובע $BECG$. נמקו את תשובתכם.

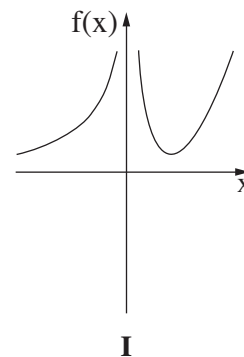
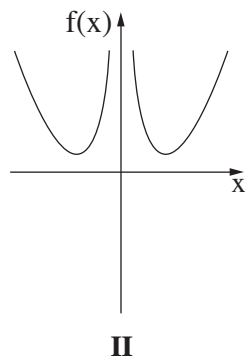
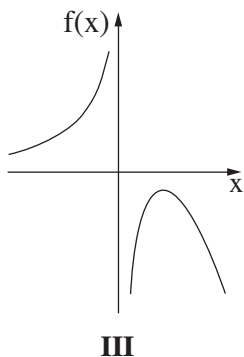
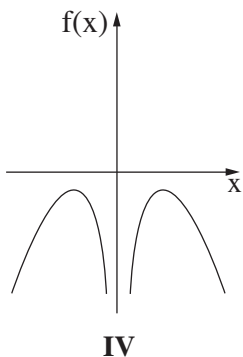


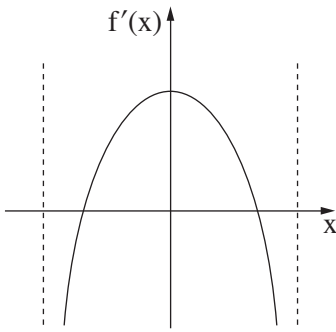
5. נתון משולש ABC (ראו סרטוט).
 נתון: $AB = 5, AC = 10, BC = 8$.
 א. מצאו את גודל הזווית BCA .
 הנקודה E נמצאת מחוץ למשולש כך שהמרובע $ABCE$ הוא טרפז,
 ומתקיים $BC \parallel AE$.
 נתון: שטח המשולש ACE הוא 32.
 ב. מצאו את אורך הצלע AE .
 CF הוא תיכון לצלע AE במשולש ACE .
 ג. מצאו את רדיוס המעגל החוסם את משולש CFA .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

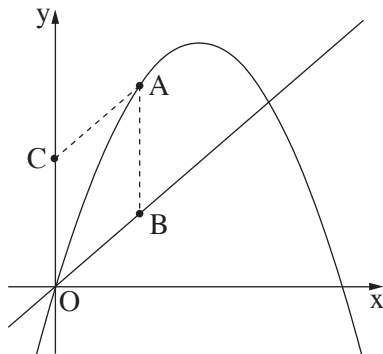
6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{16}{x^2} + x^2$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?
- ב. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. מצאו את תחומי העלייה של הפונקצייה $f(x)$.
- ה. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ו. נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו תחום. נתון כי גרף הפונקצייה $g(x)$ משיק לציר ה- x .
(1) מצאו את הערך של c .
- (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי הישר $x = 6$ ועל ידי ציר ה- x .





7. $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.
 בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $-a < x < a$, a הוא פרמטר.
 א. קבעו על פי הגרף כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקצייה $f(x)$.
 נמקו את קביעתכם.
 נתון: $f(x) = 4x \cdot \sqrt{-x^2 + 18}$
 ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x = 4$.



8. נתונים הפונקצייה $f(x) = -x^2 + 12x$ והישר $y = 3x$.
 הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.
 הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה A נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.
 O היא ראשית הצירים.
 הנקודה C נמצאת על החלק החיובי של ציר ה- y
 כך שהמרובע ABOC הוא מקבילית.
 נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.
 א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.
 ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABOC הוא מקסימלי.

בהצלחה!