

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש וחצי שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - אלגברה והסתברות

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי של פולינומים, פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך - $4 \times 25 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1). מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרויות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2). דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1). אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2). התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזר

המחשבון.

הסבר כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ונבחנים כאחד.

בהצלחה!

פרק ראשון- אלגברה והסתברות

1. קשיש גמע את מסלולו הקבוע העיגולי במשך 50 דקות. למחרת, הגדיל את אורך הליכתו, וסיים לאחר 3 שעות.

מהירותו הקבועה ביום הראשון גדולה ב 80% ממהירותו הממוצעת למחרת.

א. מהו היחס בין אורך דרכו ביום הראשון לאורך דרכו למחרת?

ב. נמצא גם כי משך הזמן הממוצע לק"מ ביום שלמחרת, היה גדול בעשרים דקות לק"מ,

מאשר ביום הקודם. מה אורך המסלולים של היום הראשון ושל היום השני?

כתב: המורה האלמוני

2. נתונה סדרה הנדסית $a_1, a_2, a_3 \dots a_{2n}$ שכל אבריה חיוביים, ובה $2n$ איברים.

סכום הסדרה הנתונה גדול פי 3 מהפרש שבין סכום האיברים העומדים במקומות

הזוגיים לסכום האיברים העומדים במקומות האי זוגיים.

א. מצא את מנת הסדרה.

הגדירו סדרה חדשה b המקיימת: $b_n = \frac{1}{a_n + a_{n+1}}$.

ב. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית ובטא את האיבר הכללי של הסדרה באמצעות

$$a_1 \text{ ו- } n.$$

ג. k הוא מספר טבעי עבורו סכום $2k$ האיברים הראשונים בסדרה a_n גדול פי 2.5

מההופכי של האיבר ה- k בסדרה b_n . מצא את k .

נתון כי סכום k האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה לאיבר במקום ה- k בסדרה a_n

ד. בטא את האיבר הכללי בסדרה b_n ואת האיבר הכללי בסדרה a_n .

כתב: נהוראי זקס

3. במכונת מזל אפשר לזכות בבובת חתול, בבובת ארנב או לא לזכות כלל. ההסתברות לא לזכות במשחק בודד היא 0.6. ההסתברות לזכות בארנב במשחק בודד היא p . גאיה משחקת בשני סיבובים. ההסתברות שגאיה תזכה אך ורק בארנב אחד היא 0.3.

א. מה ההסתברות שגאיה חזרה לביתה אך ורק עם חתול אחד בלבד?

ב. מה ההסתברות שגאיה זכתה גם בחתול וגם בארנב, אם ידוע שהיא זכתה בחתול אחד?

אור משחק 6 סיבובים במכונת המזל.

ג. מה ההסתברות שאור זכה בארנב רק בסיבוב הראשון ובחתול רק בסיבוב האחרון?

ד. מה ההסתברות שאור ילך לביתו עם ארנב אחד וחתול אחד בלבד אם ידוע שהוא זכה בארנב בסיבוב האחרון?

כתבה : שיר עלימה

4. **נתון:** $\triangle ABC$ הוא משולש חד זוויות. הקטע BE חותך את AD בנקודה N כך ש:
 $\angle CDN = \angle CEN$. המשך הקטע CM מאונך לצלע AB .
 המרובע $CDNE$ הוא בר חסימה במעגל.
 FM, GM הם אנכים אמצעים לצלעות AC, BC בהתאמה כך ש: $CF = BG$.

צ"ל: א. הנקודה N היא נקודת מפגש הגבהים
 ב- $\triangle ABC$.

ב.

- (1) $\triangle ABC$ הוא משולש שווה שוקיים ($AC = BC$)
 (2) המרובעים $CFMG, CEND$ הם דלתונים.

ג.

$$GF = \frac{1}{2} AB \quad (1)$$

$$S_{ABGF} = \frac{3}{4} \cdot S_{\triangle ABC} \quad (2)$$

ד.

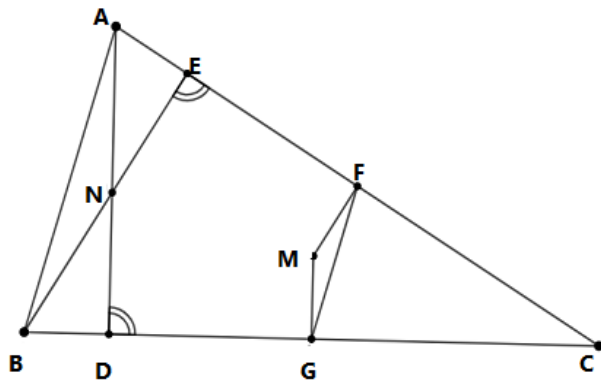
$$\triangle ANB \sim \triangle GMF \quad (1)$$

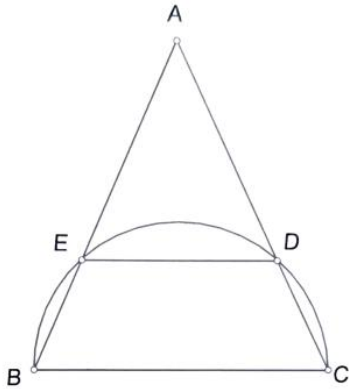
$$\frac{S_{\triangle ANB}}{S_{\triangle GMF}} \quad (2) \text{ חשבו את היחס:}$$

$$\angle DAC = 45^\circ \quad \text{נתון:}$$

$$\frac{FM}{AB} \quad \text{צ"ל: חשבו את היחס:}$$

כתב: יונתן שרבני





5. משולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$).

חצי מעגל, ש- BC הוא קוטר שלו,

חותך את שוקי המשולש בנקודות D ו-E.

$$\angle BAC = \alpha, ED = 2k$$

א. בטא באמצעות k ו- α את שטח הטרפז EDCB.

ב. נתון גם: $\frac{AE}{EB} = \frac{3}{1}$, $k = 2$. חשב את שטח הטרפז EDCB.

ע.ל.א

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x^2(a-x^2)}$, $a > 1$ הוא פרמטר. ידוע כי בתחום $x > 0$ יש לפונקציה $f(x)$ נקודת קיצון אחת בלבד הנמצאת על הישר $x = a - 1$.

(א) (1) הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.
(2) מצא את a .

(ב) (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ענה על סעיף ג ללא שימוש בפונקציית הנגזרת $f'(x)$:

(ג) (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{2}{f(x)}$. הישר $y = k$ משיק לפונקציה $h(x)$ בשתי נקודות.



[הפתרון המלא ביוטיוב](#)

8. נתונה הפונקציות: $g(x) = 1 + \cos(ax)$, $(a > 0)$, $f(x) = \frac{\sin x}{g(x)}$.

המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות של $g(x)$ עם ציר ה- x הוא π .

א. מצא את ערכו של a .

הצב את הערך של a שמצאת וחקור את הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq 3\pi$.

ציין את:

ב(1) נקודות החיתוך עם הצירים,

ב(2) האסימפטוטות המקבילות לצירים (אם יש כאלה),

ב(3) תחומי העליה והירידה ונקודות הקיצון (אם יש כאלה).

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. הוסף לאותה מערכת צירים סקיצה לגרף הפונקציה: $h(x) = \sqrt{f(x)}$.

התייחס לתחום ההגדרה של $h(x)$.

המרכז הארצי

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{2a^2 - x^2}$, $a > 0$ פרמטר.
- הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - הבע באמצעות a את שיעורי נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה ואת סוגן.
 - נתון כי המרחק בין שתי נקודות הקיצון שמצאת בסעיף ב הוא $\sqrt{360}$ מצא את a .
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - נתון: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. סרטט סקיצה של $g(x)$.

ע.ל.א.

תשובות:

1) א. 2, ב. 2 ק"מ, 4 ק"מ

2) א. $q = 2$. ב. $b_n = \frac{1}{3a_1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. ג. $k=2$. ד. $a_n = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1}$. $b_n = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

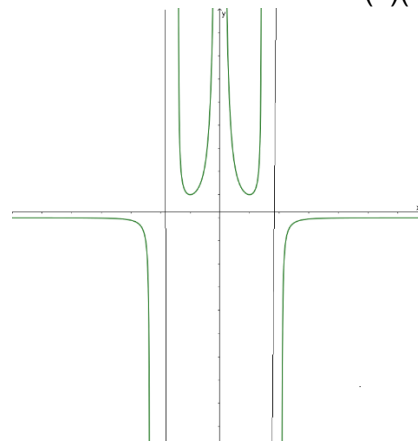
3) א. 0.18. ב. $\frac{5}{17}$. ג. 0.0081. ד. 0.0243

4) א. $\frac{S_{\Delta ANB}}{S_{\Delta GMF}} = 4$. ב. $\frac{FM}{AB} \approx \frac{10}{37}$. ג. ה.

5) א. $s = \frac{2k^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin 2\alpha}{\cos^2 2\alpha}$. ב. $s = 8.22$ ($\alpha = 20.7^\circ$)

- 6) א) $a = 2$ ב) $x \neq 0, x \neq -\sqrt{2}, x \neq \sqrt{2}$
 ת. חיוביות: $0 < x < \sqrt{2}, -\sqrt{2} < x < 0$. ת. שליליות: $x > \sqrt{2}, x < -\sqrt{2}$.
 ב) $x = 0, x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}, y = 0$ ג. מינימום $(-1, 2)$ מינימום $(1, 2)$.
 ד) $s = \frac{16}{15}$ י"ח

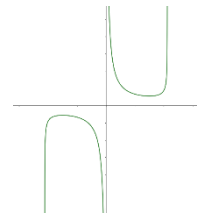
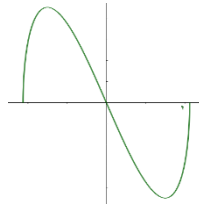
ב) (2)



עורך: עובד לב ארי

המאגר הארצי במתמטיקה

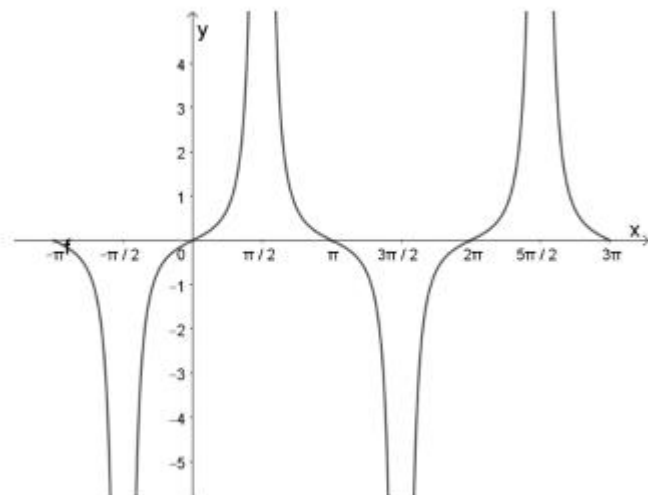
- 7 א. $-\sqrt{2}a \leq x \leq \sqrt{2}a$. ב. (a, a^2) מקסימום, $(-a, -a^2)$ מינימום. ג. $a = 3$.
 ד. $(0,0), (\sqrt{18}, 0), (-\sqrt{18}, 0)$ ה.



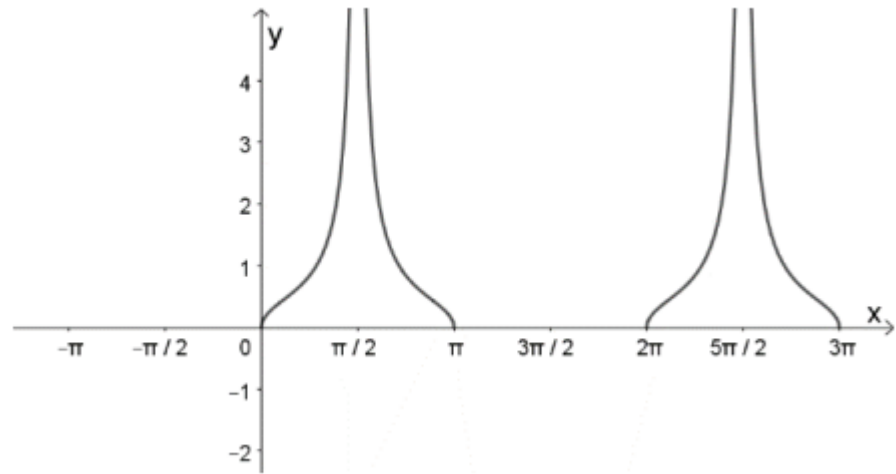
.1

- 8 א. $a = 2$. ב. $(-\pi, 0), (0,0), (\pi, 0), (2\pi, 0), (3\pi, 0)$ (1)

ב. $x = \frac{-\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{5\pi}{2}$ (2)



.ג



.ד