

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, מועד מיוחד, 2023
מספר השאלון: 35482
נספח: דפי נוסחאות ל-4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

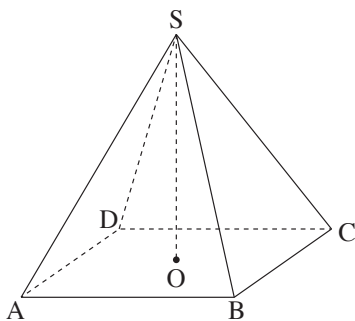
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

סדרות

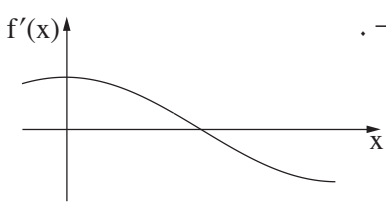
1. a_n היא סדרה חשבונית עולה בת 88 איברים.
 שלושת האיברים הראשונים בסדרה הם: $2x$, $2x + 3$, $3x + 27$.
 - א. (1) מצאו את הפרש הסדרה ואת a_1 .
 - (2) מצאו כמה איברים חיוביים יש בסדרה.
- ב. (1) מצאו את האיבר הראשון ואת האיבר האחרון בסדרה a_n המתחלקים ב-9 ללא שארית.
 (2) חשבו את סכום כל האיברים בסדרה a_n המתחלקים ב-9 ללא שארית.

טריגונומטרייה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע (ראו סרטוט).
 גובה הפירמידה, SO , שווה לאלכסון הריבוע.
 - א. מצאו את הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה ובין בסיס הפירמידה.
 נתון: אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא $6\sqrt{5}$.
 - ב. מצאו את אורך צלע הבסיס של הפירמידה.
 - ג. מצאו את שטח המעטפת של הפירמידה.
 נקודה E נמצאת על הגובה SO .
 חיברו את אמצעי הצלעות של בסיס הפירמידה לנקודה E ויצרו פירמידה חדשה.
 נתון: נפח הפירמידה החדשה הוא 84.
 - ד. מצאו את אורך הקטע EO .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה



3. נתונה הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ המוגדרות בתחום $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq 2\pi$.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \pi$ בלבד.

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון: $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y .

4. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{e^{a+x}}{x-3}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

נתון כי הנקודה $\left(5, \frac{e^6}{2}\right)$ נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את הפרמטר a .

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הפרמטר a שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

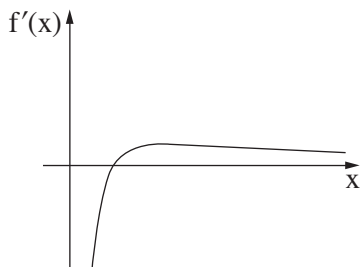
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) + 18$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

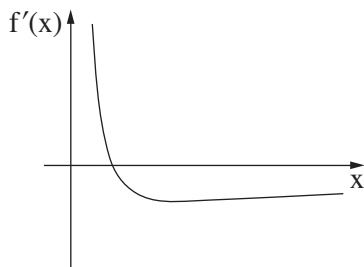
ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$. נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = (2 + \ln x) \cdot (-4 + \ln x)$.

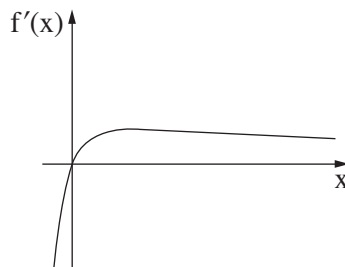
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ה. (1) אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי הישר $x = \sqrt{e}$ ועל ידי ציר ה- x .



III



II



I

בהצלחה!