

יואל גבע, שארון 806 כרך ג, צמוד 222 עמ' 11

לפנינו שתי סדרות שונות, נסדר את הנתונים:

בסדרה a האיבר הראשון הוא $a_1 = 1$ והמנה היא q .

$$s_a = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{q^n - 1}{q - 1} = 255 \Rightarrow q^n = 255q - 254$$

בסדרה b האיבר הראשון הוא $b_1 = a_1 + a_2 = 1 + 1 \cdot q = (1 + q)$ והמנה היא q .

$$s_b = \frac{b_1(q^{n-1} - 1)}{q - 1} = \frac{(1 + q)(q^{n-1} - 1)}{q - 1} = 381$$

נבודד את q^n מהמשוואה השנייה ונקבל:

$$q^{n-1} - 1 = \frac{381(q - 1)}{1 + q} \Rightarrow q^{n-1} = \frac{381q - 381}{1 + q} + 1 = \frac{381q - 381 + 1 + q}{1 + q}$$

$$\Rightarrow q^{n-1} = \frac{382q - 380}{1 + q} \Rightarrow q^n = \frac{382q^2 - 380q}{1 + q}$$

נשווה בין שני צרכי q^n הנ"ל ונקבל:

$$255q - 254 = \frac{382q^2 - 380q}{1 + q}$$

נכפול בהצלבה ונצביד אצביט, מתקבלת המשוואה הריבועית הבאה:

$$127q^2 - 381q + 254 = 0$$

פתרונות המשוואה הם:

$$q_1 = 2, \quad q_2 = 1$$

הפתרון השני נפסל שכן אז מדובר בסדרה קבועה והסכומים של הסדרות לא יתקבלו שהרי $1^n = 1$ לכל n .

נבדוק את הפתרון הראשון ונמצא את מספר איברי הסדרה:

$$2^n = 255 \cdot 2 - 254 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

מיכאל יעיש