

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות
פרק שני – גאומטריה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

1. נועם התאמן לקראת תחרות שחייה.

בכל אימון, החל מן האימון השני, שחה נועם 50 מטר יותר מבימון שקדם לו.

ידוע כי המרחק ששחה נועם באימון השמיני גדול פי 2 מן המרחק ששחה באימון הראשון.

א. מצאו כמה מטרים שחה נועם באימון הראשון.

ב. (1) האם ייתכן שבאחד האימונים שחה נועם 830 מטר בדיוק? נמקו.

(2) מצאו באיזה אימון שחה נועם 1,000 מטר בדיוק.

אחרי האימון שבו שחה נועם 1,000 מטר בפעם הראשונה, החליט נועם לשנות את שיטת האימון שלו ולשחות

בכל אחד מן האימונים שבאו אחריו 1,000 מטר בדיוק.

ידוע כי עד לתחרות שחה נועם בכל האימונים 25,450 מטר סך הכול.

ג. כמה אימונים סך הכול התאמן נועם לקראת התחרות?

2. ביישוב א' בדקו כמה מכוניות יש לכל משפחה.

התברר שביישוב א' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.

הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

3	2	1	0	מספר המכוניות למשפחה
6	x	y	30	מספר המשפחות

ידוע כי ביישוב א' יש בממוצע מכונית אחת למשפחה.

א. מצאו את x (מספר המשפחות ביישוב א' שיש ברשותן 2 מכוניות).

נתון כי סטיית התקן של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א' היא $\frac{6}{7}$.

ב. (1) מצאו כמה משפחות יש ביישוב א'.

(2) מצאו את השכיח ואת החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

גם ביישוב ב' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.

מספר המשפחות ביישוב ב' שווה למספר המשפחות ביישוב א'.

החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב ב' הוא 0.5.

ג. לכמה משפחות ביישוב ב' אין מכוניות כלל?

3. לשירה יש סל ובו x כדורים סך הכול. 12 מן הכדורים שבסל הם ירוקים והשאר אדומים.

נתון: ההסתברות להוציא 2 כדורים ירוקים בזה אחר זה עם החזרה היא 0.36.

א. מצאו את x.

שירה מוציאה באקראי כדור מן הסל.

אם הכדור אדום, היא מחזירה אותו לסל ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

אם הכדור ירוק, היא משאירה אותו בחוץ ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

ב. מהי ההסתברות ששירה תוציא לפחות כדור ירוק אחד?

ג. אם ידוע ששירה הוציאה לפחות כדור ירוק אחד, מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני כדורים בצבעים השונים

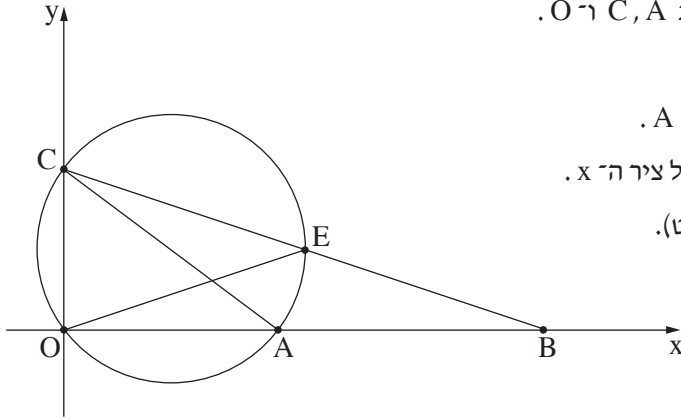
זה מזה?

לשירה יש סל נוסף, ובו x כדורים (ה-x שמצאתם בסעיף א). גם בסל הזה 12 מן הכדורים הם ירוקים והשאר אדומים.

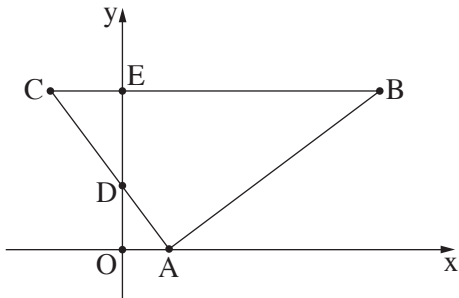
שירה מוציאה באקראי מן הסל הזה שני כדורים עם החזרה.

ד. מהי ההסתברות שכל ארבעת הכדורים שהוציאה שירה משני הסלים היו באותו הצבע? /המשך בעמוד 4/

פרק שני – גאומטרייה



4. בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל, העובר דרך הנקודות C, A ו- O .
 O היא ראשית הצירים.
 המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה A .
 הנקודה B נמצאת מחוץ למעגל, על החלק החיובי של ציר ה- x .
 הקטע CB חותך את המעגל בנקודה E (ראו סרטוט).
 נתון: $\sphericalangle EOB = \sphericalangle EBO$.
א. הוכיחו: $AC = AB$.
 נתון: $C(0, 3)$, $A(4, 0)$.
ב. מצאו את שיעורי הנקודה B .
ג. (1) הוכיחו כי AC הוא קוטר במעגל.
 (2) מצאו את משוואת המעגל.
 נתון כי שיעור ה- x של הנקודה E הוא 4.5.
ד. פי כמה גדול שטח המשולש COB משטח המשולש EOB ?
ה. חשבו את גודל הזווית EOB .



5. במשולש ABC הקודקוד A מונח על ציר ה- x .
 הצלע AC חותכת את ציר ה- y בנקודה D .
 הצלע CB מקבילה לציר ה- x , וחותכת את ציר ה- y בנקודה E ,
 כמתואר בסרטוט שלפניכם.
 O היא ראשית הצירים.
א. הוכיחו: $\triangle AOD \sim \triangle CED$.
 נתון כי משוואת הישר AC היא: $y = -\frac{4}{3}x + 4$, וכי $\frac{DO}{DE} = \frac{2}{3}$.
ב. (1) מצאו את אורך הקטע DE .
 (2) מצאו את משוואת הישר CB .
 נתון: הצלע AB מאונכת לצלע AC .
ג. מצאו את משוואת הישר AB .
ד. חשבו את גודל הזווית CDE .
ה. חשבו את שטח המרובע $ADEB$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{2x - b}{x - 4} + 1$. הוא פרמטר. b .

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה $(0, 2.5)$.

ב. מצאו את b .

הציבו את הערך של b שמצאתם בסעיף ב בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ז.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

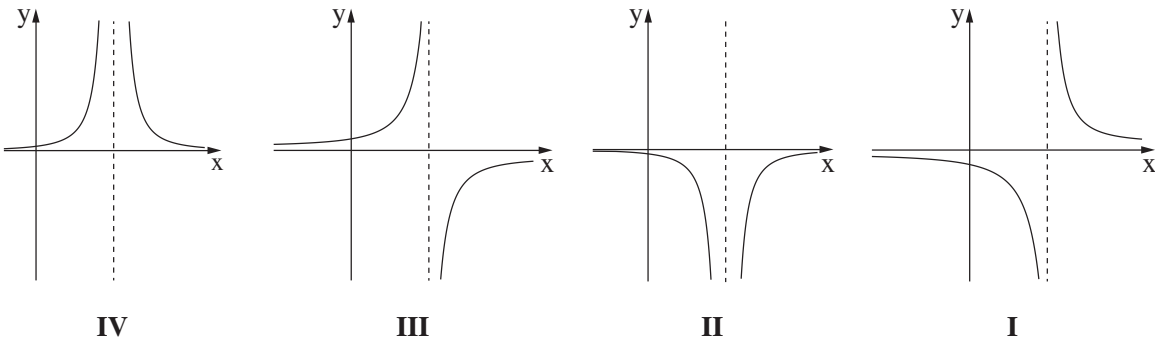
ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ז. (1) אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

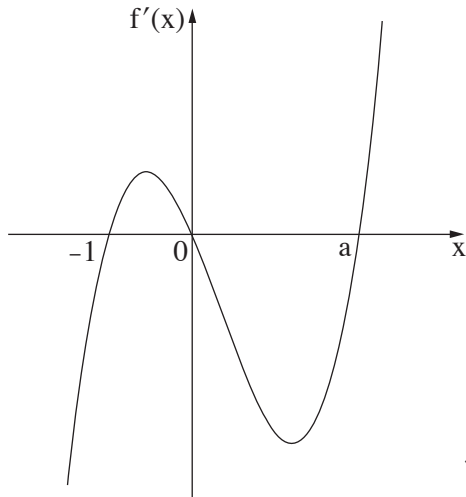
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 1$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .



7. נתונה הפונקצייה: $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{2x}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x)$.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .
- ו. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. נמקו.



8. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודות שבהן $x = -1$, $x = 0$, $x = a$ (בלבד $a > 0$ הוא פרמטר).
- א. מה הם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, ומהו סוגן? אם יש צורך, הביעו באמצעות a .
- נתון כי הפונקצייה היא $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 12$.
- ב. (1) מצאו את a .
 - (2) מצאו את שיעורי ה- y של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$.

גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה

$x = a$ ועל ידי הישר $x = -1$.

בהצלחה!